

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

BEITRAG AUS DER REIHE:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

Wege in der Physikdidaktik

Band 1

Sammlung aktueller Beiträge aus der
physikdidaktischen Forschung

ISBN 3 - 7896 - 0090 - 3

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1989

Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.

Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.

Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle
genutzt werden. Auf der Homepage

www.solstice.de

werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

Richard Fichtner

Das quantenmechanische Fundamentalprinzip

1. Einführung¹

Es steht außer Zweifel, daß die Quantenmechanik zu den geistigen Errungenschaften gehört, die einerseits unser Wissenschaftsverständnis und damit auch unser Kulturverständnis grundlegend beeinflußt haben, andererseits die Grundlage für nahezu die gesamten Naturwissenschaften (Chemie, Biochemie, Astrophysik, Geophysik) bilden. Trotz mancher Ansätze werden im Physikunterricht immer noch nicht Grundgedanken und Prinzipien der Quantenmechanik als geistiges Organ verstanden, mit dem die physikalische Welt adäquat aufgenommen und innerlich geordnet wird - im Gegenteil: Einige Ergebnisse der Quantentheorie wurden bisher ohne rechte innere Logik additiv dem traditionellen "Stoff" angefügt als ein zusätzlicher Lerninhalt. Wenn man aber von Quantenmechanik im Umfeld des Physikunterrichts spricht, so geht es hierbei eigentlich darum, neuen physikalischen *Ideen* als Ordnungsrahmen des physikalischen Geschehens, das zum großen Teil ohnehin Thema der Lehrpläne (Curricula) ist, zum Durchbruch zu verhelfen. Die Quantenmechanik muß und will zum *Verstehen* beitragen, nicht neues Wissen anhäufen.

"Wissen" heißt: Kenntnis parat haben; "Verstehen" heißt, etwas in großen Zusammenhängen sehen. Wissen ist unabdingbare Voraussetzung für Verstehen, aber Verstehen betrifft den Lernenden völlig anders als Wissen, Kenntnis haben: "Das kann unter Umständen zu einer Revolution meiner Auffassungen führen, zu einer Revision und Neuorganisation meiner Einstellung, damit das, was ich bislang gedacht habe, zu dem Neuen paßt und das Neue zu ihm paßt. Es kann zur Folge haben, daß ich nun alles in einem anderen Lichte sehe. Niemand - so möchte ich sagen - ist gebildet, der immer eingleisig weitergefahren ist, der nicht derart innere Umbrüche erlebt hat. Und nun wird klar, um wieviel schwieriger Verstehen als Wissen ist, da es ein sehr langwieriger und mühevoller Prozeß ist. Und das führt dann dazu, daß wir in der Hast unserer Tage zumeist kurzerhand auf das Verständnis einfach verzichten." [1]. Der Verzicht auf Verständnis führt zu Ersatzhandlungen: Qualität wird durch Quantität ersetzt. Vielwisserei führt aber letztlich zu einem - im wörtlichen Sinne - unbefriedigenden Zustand, dem man sich auf lange Sicht zu entziehen versucht, indem man dem Fachgebiet den Rücken kehrt, wenn es nicht die Not - sprich die Not - zu verhindern weiß.

Was heißt "Verstehen" - im weitesten Sinne - in der Physik? - Zu den einfachen großen Zusammenhängen vorzustoßen, von denen W. HEISENBERG sagt: "Solche

1) Dieser Beitrag ist eine etwas abgeänderte Fassung eines Aufsatzes, der in *physica didactica* 1980 erschienen war (phys. did. 7, 17 (1980)).

Zusammenhänge sind doch wohl der eigentliche Inhalt unserer Wissenschaft. Nur wenn man die Existenz solcher Zusammenhänge ganz in sich aufgenommen hat, kann man unsere Wissenschaft wirklich verstehen." [2] Diese Aussage kann man auch in umgekehrter Richtung lesen: Was heißt, eine Wissenschaft wirklich verstehen? - Ihre inneren Zusammenhänge aufnehmen. Aber ist hier die Frage richtig gestellt: Wollen wir in der Schule überhaupt *Wissenschaft* verstehen? Wollen wir nicht eigentlich die *Natur* (oder die *Technik*) verstehen? Fassen wir zunächst nur einmal die Natur ins Auge: Ich glaube, daß aus didaktischer Sicht zu den wesentlichen wissenschaftstheoretischen Ergebnissen von Relativitätstheorie und Quantenmechanik gehört, daß sie (vielleicht: wieder) die Einsicht zutage gefördert haben, daß die beiden Anliegen "Natur zu verstehen" und "Wissenschaft zu verstehen" gar nicht getrennt werden können². Diese Erkenntnis hat A. EINSTEIN in dem von W. HEISENBERG überlieferten Satz verdichtet: "Die Theorie entscheidet, was beobachtet werden kann" [3]. Sie entscheidet, was einfache und was zusammengesetzte Erscheinungen sind, was wesentliche und was Störeffekte sind. Von der Theorie her einfache Experimente können an den Experimentalphysiker fast unlösbare Probleme stellen (siehe z.B. den Doppelspaltversuch mit Elektronen von C. JÖNSSON, 1961) - umgekehrt kann eine leicht erzeugbare physikalische Erscheinung ein theoretisch äußerst verwickeltes Phänomen sein (z.B. Gasentladung). Was die grundlegenden, einfachen Zusammenhänge sind, formuliert die Theorie.

Die Quantenmechanik ist die Theorie, die uns sagt, wie wir sinnvoll, d.h. angemessen und widerspruchsfrei, über die physikalischen Situationen reden können (bzw. müssen), die sie zu beschreiben vermag. Ein Phänomen verstehen heißt, es in der Sprache der Theorie formulieren und richtige Aussagen konstruieren zu können. Sicher gibt es auch ein "primitives" (intuitives) Verstehen, das sich z.B. durch Bild-Assoziationen entlangtastet. Es ist ein notwendiges und nicht zu unterschätzendes Element unserer Erkenntnis. Ein tieferes Verständnis beginnt aber erst, wenn es sich als voll bewußtes, in einer Sprache formuliertes Verstehen manifestiert. An dieser Stelle ist es wohl angebracht, ausdrücklich auf ein weit verbreitetes Mißverständnis hinzuweisen: Theorie darf auf keinen Fall mit Formalismus, insbesondere mathematischem Formalismus gleichgesetzt werden. Der Newtonsche Trägheitssatz z.B. ist ein in höchstem Maße theoretischer Satz, ohne daß er zunächst irgend etwas mit einem mathematischen Formalismus zu tun hat. Ein solches tiefes Verstehen ist ein hoher, vielleicht zu hoher Anspruch an die Schule. Wenn die Schule sich aber eine den spezialisierten Kenntniserwerb überschreitende Aufgabe zubilligt, so kann sie auf diesen Anspruch nicht grundsätzlich verzichten: *Weniges verstehen ist besser als vieles wissen.*

Ist das aber von der Sache her realisierbar? Hier kommt eine allgemeine Eigenschaft von Theorien entgegen: Jede Theorie baut auf einigen *wenigen* Axiomen auf. In diesem Sinn schiene es nun ideal, wenn die Axiome der Quantenmechanik sozusagen

2) Dies gilt natürlich nicht nur für die Relativitätstheorie und die Quantenmechanik, sondern genauso für Newtonsche Mechanik und Elektrodynamik. Nur die Erfindung der Relativitätstheorie und der Quantenmechanik haben diese Tatsache (wieder?) zum vollen Bewußtsein gebracht.

die Quintessenz aller quantenmechanischen Phänomene wären, so daß man prinzipiell alles *tatsächliche* physikalische Geschehen verstanden hätte, wenn man nur einmal die Axiome verstanden hat. Dem ist nun bekanntlich nicht so. Die Axiome *ermöglichen* erst eine logische Strukturierung der physikalischen Wirklichkeit und die Entfaltung der konkreten physikalischen Erkenntnis. Hinzukommt, daß den Axiomen einer physikalischen Theorie die Eigenschaft der "Selbstevidenz" fehlt, wie sie etwa EUKLID für seine Axiome der Geometrie in Anspruch genommen hat. Gerade aber deshalb scheint mir insbesondere bei der Quantenmechanik der Weg zum "Verstehen" der Axiome (Evidenz) und die Demonstration ihrer Kraft, oftmals paradox erscheinende Phänomene verstehen zu lassen (durch Deduktion) gleichermaßen dem Ziel näherzukommen:

- a) Verstehen vor Wissen zu setzen,
- b) Beschränkung auf wesentliches Erkenntnisgut, das auch für den von allgemeinem Interesse ist, der einmal nicht Physik studiert.

2. Die verschiedenen mathematischen Formulierungen der Quantenmechanik unter didaktischen Gesichtspunkten

Dem skizzierten Ziel scheint sich nun nach weitverbreiteter Meinung die Quantenmechanik in besonderem Maße zu widersetzen, denn sie gilt als kompliziert, unanschaulich und geradezu unverständlich. Dieses Vorurteil scheint aus der Entstehungsgeschichte der Quantenmechanik zu resultieren: Erst wurde der abstrakte Formalismus gefunden und dann erst erfolgte seine Interpretation. Aus tastenden Vorarbeiten (BOHRsches Korrespondenzprinzip, DE BROGLIEs Materiewellen) wurde hier mit erstaunlichem physikalischen Instinkt durch geniales Raten von E. SCHRÖDINGER und W. HEISENBERG zuerst der mathematische Formalismus - einerseits die Wellenmechanik und andererseits die Matrizenmechanik - gefunden und dann erst folgte die physikalische Interpretation. W. HEISENBERG beschreibt aus einem Gespräch mit A. EINSTEIN im Jahre 1926 Folgendes: "Wir haben zwar eine mathematische Sprache, d.h. ein mathematisches Schema, mit Hilfe dessen wir die stationären Zustände des Atoms oder die Übergangswahrscheinlichkeiten von einem Zustand zu einem anderen ausrechnen können. Aber wir wissen noch nicht - wenigstens noch nicht allgemein - wie diese Sprache mit der gewöhnlichen Sprache zusammenhängt. Natürlich braucht man diesen Zusammenhang, um die Theorie überhaupt auf Experimente anwenden zu können. Denn über die Experimente reden wir ja immer in der gewöhnlichen Sprache, d.h. in der bisherigen Sprache der klassischen Physik. Ich kann also nicht behaupten, daß wir die Quantenmechanik schon verstanden hätten. Ich vermute, daß das mathematische Schema schon in Ordnung ist, aber der Zusammenhang mit der gewöhnlichen Sprache ist noch nicht hergestellt." [4]

In die Theorie waren z.B. neue physikalische Größen eingeführt worden, deren Zusammenhang mit dem Experiment erst noch geklärt werden mußte. Wie eine gege-

bene experimentelle Situation in dem gefundenen mathematischen Schema beschrieben werden kann, konnte zunächst nur für spezielle Fälle angegeben werden. Einen entscheidenden Fortschritt erzielte W. HEISENBERG, indem er die Fragestellung umkehrte: "Kommen vielleicht in der Natur nur solche experimentellen Situationen vor, die in dem mathematischen Formalismus der Quantenmechanik auch ausgedrückt werden können?" [5] Mit dieser veränderten Fragehaltung suchten nun N. BOHR und W. HEISENBERG den Formalismus der Quantenmechanik durch Gedankenexperimente zu verstehen und zu interpretieren. Es bedarf wohl keiner weiteren Begründung, daß ein ähnliches Verfahren in der Schule undurchführbar und sicher auch nicht wünschenswert wäre. Man muß wohl - so scheint mir - anerkennen, daß die Formalismen E. SCHRÖDINGERS, W. HEISENBERGS und wohl auch der Formalismus der Zustandsvektoren im Hilbertraum von J. v. NEUMANN den Rahmen schulischer Zielsetzungen sprengen würden. Es gibt aber eine weitere, den oben genannten äquivalente Formulierung der Quantenmechanik, die auf elementarer Ebene große didaktische Vorzüge gegenüber den anderen hat. Diese wurden 1948 von R. FEYNMAN angegeben [6]. Sie war der Vorläufer zu den Arbeiten zur Quantenelektrodynamik, für die er zusammen mit S. TOMONAGA und J. SCHWINGER den Nobelpreis erhielt. Er schreibt: "The formulation is mathematically equivalent to the more usual formulations. There are, therefore, no fundamentally new results. However, there is a pleasure in recognizing old things from a new point of view. Also, there are problems for which the new point of view offers a distinct advantage." [7]

Aus meiner Sicht stellt diese Arbeit (und das bekannte spätere Buch, das diese Gedanken darlegt) einen Markstein für die Didaktik der Quantenmechanik dar. Die didaktischen Vorzüge dieser Formulierung sind an verschiedenen Stellen hervorgehoben worden ([8], [9], [10]). Deshalb sei der Formalismus hier nur in sehr gedrängter Form dargelegt.

3. Die Grundgedanken der FEYNMANschen Formulierung der Quantenmechanik

Quantenobjekte zeigen ein qualitativ völlig anderes stochastisches Verhalten als die Objekte, die wir durch die klassische Physik beschreiben können. Das wird besonders evident in den bekannten Beugungsexperimenten, z.B. im Doppelspaltexperiment mit Elektronen. Abb. 1 zeigt dieses Experiment schematisch in der Draufsicht. Es gibt eine gewisse Wahrscheinlichkeit P_{sx} , daß ein Elektron aus der Quelle Q in den Detektor F (Flächenstück) am Ort x gelangt, wenn beide Spalte offen sind. Ist Spalt 2 geschlossen, so gibt es ebenfalls eine gewisse (andere) Wahrscheinlichkeit $P_{sx}^{(1)}$, daß das Elektron von Q über den Spalt 1 nach F gelangt. Desgleichen gibt es eine Wahrscheinlichkeit $P_{sx}^{(2)}$, wenn Spalt 1 geschlossen ist. Nach unseren Erfahrungen aus der klassischen Physik erwarten wir folgenden Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeiten:

$$(1) \quad P_{sx} = P_{sx}^{(1)} + P_{sx}^{(2)}$$

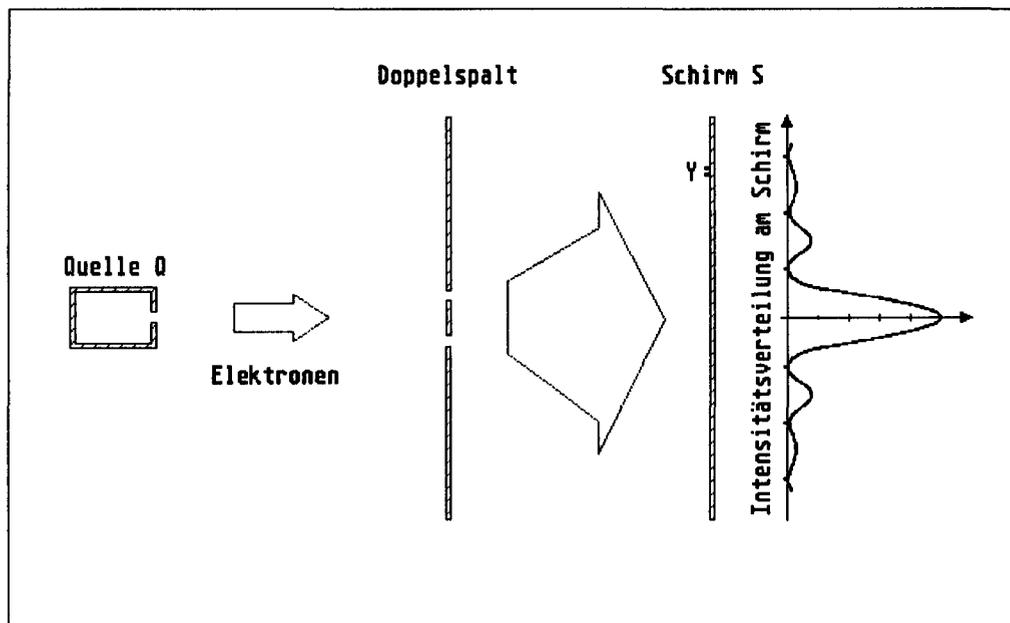


Abb. 1

Das ist *klassisch richtig, quantenmechanisch i. a. nicht*. Bekanntlich zeigen sich nämlich auf dem Schirm S genauso Interferenzerscheinungen wie bei dem analogen Versuch mit Licht, wenn man den Versuch mit monoenergetischen Elektronen macht [11]. Nach Gleichung (1) ist das nicht zu erwarten. In dieser Gleichung offenbart sich der wesentliche Unterschied zwischen klassischer Physik und Quantenphysik: "Now, the essential difference between classical and quantum physics lies in eq. (1). In classical mechanics it is always true. In quantum mechanics it is often false." (R. FEYNMAN [12]). Durch die Verknüpfung der Wahrscheinlichkeiten in der Form der Gleichung (1) könnte auf dem Schirm eine Verteilung von sehr vielen Elektronen nach Art des bekannten Beugungsbildes nicht entstehen [13].

Man gelangt zu einer mit dem Experiment übereinstimmenden Beschreibung, wenn man die Gleichung (1) durch die folgenden Vorschriften ersetzt [12]:

a) Es gibt komplexe Zahlen Φ_{sx} , $\Phi_{sx}^{(1)}$ und $\Phi_{sx}^{(2)}$, genannt *Wahrscheinlichkeitsamplituden*, so daß gilt

$$(2) \quad P_{sx} = |\Phi_{sx}|^2 ; \quad P_{sx}^{(1)} = |\Phi_{sx}^{(1)}|^2, \quad P_{sx}^{(2)} = |\Phi_{sx}^{(2)}|^2.$$

b) Das Gesetz (1) wird ersetzt durch (*Superpositionsprinzip*)

$$(3) \quad \Phi_{sx} = \Phi_{sx}^{(1)} + \Phi_{sx}^{(2)}$$

Daß dies eine den Tatsachen angemessene Beschreibung ist, darauf weist die folgende einfache Umformung hin: Wir schreiben die Wahrscheinlichkeitsamplituden explizit als komplexe Zahlen ($\Phi = a \cdot e^{i\varphi}$, $a = \sqrt{P_{sx}}$):

$$\Phi_{sx} = \sqrt{P_{sx}} \cdot e^{i\varphi}; \quad \Phi_{sx}^{(1)} = \sqrt{P_{sx}^{(1)}} \cdot e^{i\varphi_1}; \quad \Phi_{sx}^{(2)} = \sqrt{P_{sx}^{(2)}} \cdot e^{i\varphi_2}$$

Es folgt nach (3) und (2)

$$\begin{aligned} P_{sx} &= |\Phi_{sx}|^2 = \left| \sqrt{P_{sx}^{(1)}} \cdot e^{i\varphi_1} + \sqrt{P_{sx}^{(2)}} \cdot e^{i\varphi_2} \right|^2 = \\ &= P_{sx}^{(1)} + P_{sx}^{(2)} + 2 \cdot \sqrt{P_{sx}^{(1)} \cdot P_{sx}^{(2)}} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ &\quad \{ \text{Interferenzterm} \} \end{aligned}$$

Man erkennt, daß auf diese Weise mühelos *Interferenzterme* möglich werden. Am Beispiel des Doppelspaltexperimentes zeigt sich in besonderer Klarheit eine allgemeine und fundamentale Gesetzmäßigkeit der Quantenphysik: Hat ein Quantenobjekt mehrere alternative, sich gegenseitig ausschließende Möglichkeiten, durch die es von einem bestimmten Anfangszustand in einen bestimmten Endzustand gelangen könnte, so muß über die Wahrscheinlichkeitsamplituden aller möglichen Zwischenzustände³ summiert bzw. integriert werden, um die Wahrscheinlichkeitsamplitude zu erhalten, die Anfangs- und Endzustand verbindet:

$$(2a) \quad P_{sx} = |\Phi_{sx}|^2, \quad P_{sx}^{(j)} = |\Phi_{sx}^{(j)}|^2,$$

$$(3a) \quad \Phi_{sx} = \sum_j \Phi_{sx}^{(j)}.$$

Viele typische Quanteneffekte sind eine direkte Konsequenz der Gleichungen (3) bzw. (3a) (siehe z.B. [9], Unterrichtseinheiten 15 - 18, [10]).

Dies ist aber noch nicht die ganze Wahrheit! Voraussetzung für die Anwendung des Superpositionsprinzips ist, daß die Alternativen zwar *gedanklich* unterschieden werden können, aber *in der Natur tatsächlich nicht unterschieden* sind. Wird dagegen ein Experiment durchgeführt, das eine Entscheidung erlaubt, ob die eine oder die andere Alternative wirklich gewählt wurde, dann ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis die Summe der Wahrscheinlichkeiten für jede der Alternativen. Die Interferenz geht dann verloren:

3) Diese seien nichtentartet und ununterscheidbar angenommen (siehe [9], Unterrichtseinheiten 8 und 9, [14], Seite 1-13)

$$(4) \quad P_{\text{ax}} = |\Phi_{\text{ax}}^{(1)}|^2 + |\Phi_{\text{ax}}^{(2)}|^2$$

oder allgemein:

$$(4a) \quad P_{\text{ax}} = \sum_j |\Phi_{\text{ax}}^{(j)}|^2$$

R. FEYNMAN demonstriert das an einem Gedankenexperiment, das bereits in der Diskussion um die Quantenmechanik zwischen N. BOHR und A. EINSTEIN eine Rolle gespielt hat. Es geht um die Frage, durch welchen der beiden Spalte ein Elektron beim Doppelspaltexperiment der Abb. 1 hindurchgekommen ist. Die Beantwortung geschieht in der für die Physik typischen Weise: Es wird nicht a-priori eine Entscheidung konstruiert, sondern untersucht, wie diese Entscheidung durch einen Meßprozeß mit realen Meßgeräten gefällt werden kann. Eine sehr grobe Methode ist, jeweils einen Spalt abzudecken. Ergebnis: Die Verteilung auf dem Schirm zeigt kein Interferenzmuster mehr. Man nimmt daher eine Abschwächung des Eingriffes vor: Die Elektronen werden durch beide Spalte hindurchgelassen, aber gleichzeitig beobachtet und zwar mit Hilfe von Licht, das an ihnen beim Durchgang durch die Spalte gestreut wird (Abb. 2; die Beobachtungsschärfe hängt von der Wellenlänge des benutzten Lichtes ab):

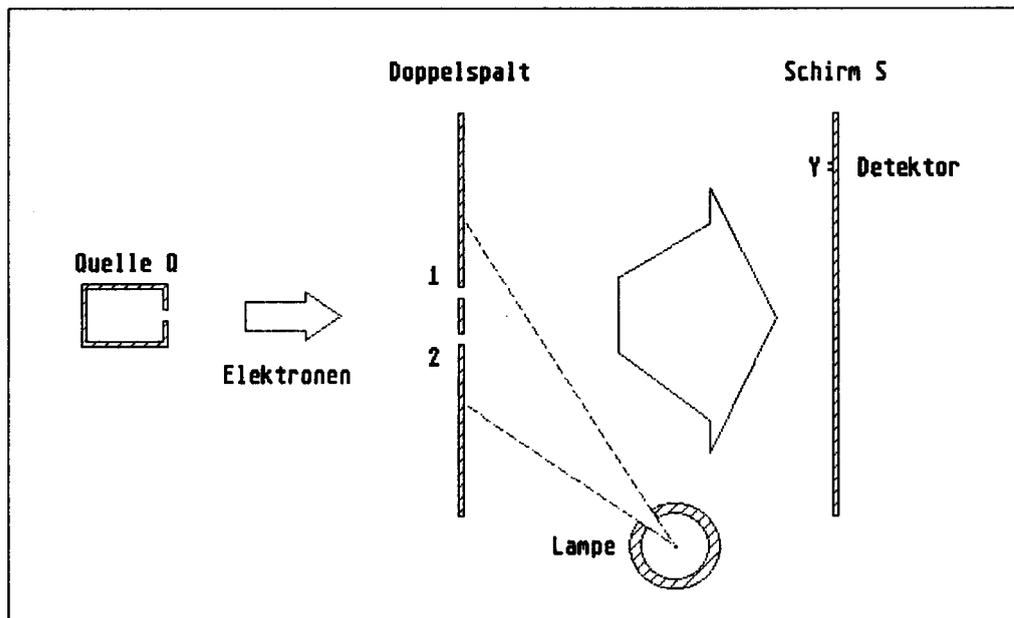


Abb. 2

Dazu wird eine monochromatische Lichtquelle L so installiert, daß sie die beiden Spalte voll ausleuchtet. Wird die Wellenlänge des Lichtes zunächst so gewählt, daß das Auflösungsvermögen ausreicht, die beiden Spalte zu "trennen", so würde man mit Hilfe des an den durch die Spalte kommenden Elektronen "reflektierten" Lichtes ausmachen können, durch welchen der Spalte jeweils ein Elektron gekommen ist.

Dann würde sich aber auf dem Schirm, auf dem man vor Einschalten unserer Meßapparatur das Interferenzbild gesehen hat, nun erstaunlicherweise kein Interferenzmuster mehr zeigen! Der Meßprozeß muß also irgendwie das Interferenzmuster zerstört haben. Der Ausfall des Experiments bei den verschiedenen Möglichkeiten, die Störung eventuell durch Verringerung der Beleuchtungsstärke oder Änderung der Wellenlänge des Beleuchtungslichtes und damit des Auflösungsvermögens zu beseitigen, offenbart folgende fundamentale Erkenntnis: Das Interferenzmuster ist nur vorhanden, wenn wir nicht entscheiden können, ob ein Elektron einen Weg durch den einen oder anderen Spalt genommen hat.⁴

4. Das quantenmechanische Fundamentalprinzip

Bereits 1929 hat W. HEISENBERG bei einer zu der obigen analogen Diskussion des STERN-GERLACH-Experiments mit Atomstrahlen von 1923 darauf hingewiesen, daß es sich in der Quantenmechanik um zwei *wesentlich* verschiedene Experimente handelt, ob *tatsächlich* entschieden ist, daß die eine oder andere Alternative gewählt wird, oder ob es sich nur um eine gedankliche Unterscheidung handelt. "Die prinzipielle Verschiedenheit der Fälle I und II" - gemeint ist das ungestörte Experiment bzw. das durch eine zusätzliche Meßapparatur (hier Lichtquelle) gestörte System - "bildet jedoch, genügend verallgemeinert, den Kernpunkt der Quantentheorie"[15]. R. FEYNMAN setzt diesen "Kernpunkt" an den *Anfang* seiner gesamten Überlegungen. A. BRACHNER und der Autor haben daher im Rahmen der Schulphysik vorgeschlagen, diese zentrale Erkenntnis als *quantenmechanisches Fundamentalprinzip* zu bezeichnen, da es sich als Grundlage für das Verständnis typischer Phänomene der Quantenmechanik erwiesen hat. Qualitativ kann man es folgendermaßen formulieren:

Gibt es verschiedene Möglichkeiten (Wege) für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses und wird durch die Versuchsanordnung nicht festgelegt, daß ausschließlich eine bestimmte Möglichkeit gewählt wurde, so tritt immer Interferenz auf. Hinterläßt dagegen jedes Ereignis an der Versuchsanordnung eindeutig ein bestimmtes Merkmal, durch das entschieden werden kann, welche der verschiedenen Möglichkeiten gewählt wurde, dann tritt nie Interferenz auf.

Mit Hilfe dieser einfachen "Axiome" läßt sich nun eine Fülle typischer quantenmechanischer Phänomene zunächst einmal qualitativ und dann quantitativ in sich widerspruchsfrei erklären, d.h. die Phänomene können als Manifestationen dieser beiden Axiome gedeutet werden. Angesichts der allgemeinen Meinung ist die mathematische Fassung dieser beiden Axiome, wie sie in den Formeln (2) bis (4) vorliegt, geradezu verblüffend einfach. Mit dem hier Dargelegten ist bereits das Wesen aller quantenmechanischer Phänomene erfaßt. Die qualitativen "Axiome" und der Formalismus sind sowohl für nichtrelativistische als auch für relativistische Mikroobjekte (Photonen) gültig. Zu zeigen, wie diese Gedankengänge auf konkrete Situationen angewandt werden, ist nicht Ziel dieser Ausführungen. Es sei deshalb auf die Literatur verwie-

4) Ausführliche Beschreibungen und Diskussion finden sich in [12], [13].

sen ([9], [10], [14], [16], [17]). Es dürfte aber aus dem bisher Gesagten bereits genügend hervorgehen, daß eine konsistente Darlegung quantenmechanischer Phänomene ein radikales Umdenken gegenüber den meisten herkömmlichen Darstellungskonzepten erfordert. Ein Begriffslabyrinth, wie es z.B. der angebliche Dualismus im Sinne der Schulphysik darstellt, löst sich angesichts der obigen Grundlegung in Schall und Rauch auf [9].

Neben der Befreiung von unbrauchbaren Denkgewohnheiten hat die FEYNMANsche Formulierung noch den didaktischen Vorteil, daß die Axiome im gleichen Sinne wie die NEWTONschen Axiome evident gemacht werden können. Bevor wir darauf näher eingehen, sei noch besonders auf den logischen Aufbau des FEYNMANschen Ansatzes hingewiesen.

5. Der Ansatz R. FEYNMANs in logischer und didaktischer Hinsicht

Was ist in logischer Hinsicht das Besondere an der FEYNMANschen Formulierung der Quantenmechanik? Sie stellt das HEISENBERGsche Unbestimmtheitsprinzip als Axiom an den Anfang. Das quantenmechanische Fundamentalprinzip ist nichts anderes als eine alternative Fassung des HEISENBERGschen Unbestimmtheitsprinzips – allerdings mit sehr wesentlichen Konsequenzen (s.u.)! Sieht man sich namhafte Lehrbücher der Quantenmechanik in Hinblick auf den "Einstieg" in die Quantenmechanik an, so wird deutlich, daß explizit oder implizit Übereinstimmung darüber besteht, in irgendeiner Form von den im HEISENBERGschen Unbestimmtheitsprinzip zusammengefaßten Wesenszügen der quantenmechanischen Welt auszugehen. Besonders deutlich wird dieser Weg in dem bekannten Buch von L. SCHIFF beschritten [18]. Bei allen diesen Hinführungen wird das Unbestimmtheitsprinzip in der bekannten, schon von W. HEISENBERG gegebenen "negativen" Formulierung benützt, nämlich als Einschränkung der klassischen Begriffe. Von dieser negativen Aussage gelangt man dann nicht ohne "Umwege" zu einem *positiven* Formalismus, der sagt, wie die Phänomene nun mit *neuen Begriffen* richtig, d.h. logisch widerspruchsfrei und quantitativ formuliert werden. Das HEISENBERGsche Unbestimmtheitsprinzip war ja auch zunächst die *physikalische* Interpretation der *mathematischen* Folgerungen aus dem Formalismus der SCHRÖDINGER-Theorie bzw. der Matrizenmechanik (s. o. Abschnitt 2). Es ist dann von W. HEISENBERG als Schlüsselprinzip der Quantenmechanik erkannt worden, mit dem die Quantenmechanik steht und fällt.

Demgegenüber ist die FEYNMANsche Fassung des Unbestimmtheitsprinzips von vorherein eine *positive*: Es ist nicht als Einschränkung *klassischer* Begriffe angelegt, sondern als Instrument zur Beschreibung *quantenmechanischer* Phänomene.

Alle Folgerungen aus der HEISENBERGschen Unbestimmtheitsrelation sind auch eine Folge des Fundamentalprinzips. Die Äquivalenz der HEISENBERGschen und der FEYNMANschen Fassung in dieser Hinsicht sei an dem schon analysierten Doppelspaltexperiment demonstriert.

In Abschnitt 2 hatten wir festgestellt: Die Wahrscheinlichkeitsamplitude Φ ist eine komplexe Zahl. Sie hat also die Form

$$(5) \quad A \cdot e^{i\varphi}$$

Die Frage, wie A und φ allgemein aus der physikalischen Situation bestimmt sind, soll uns hier nicht beschäftigen. Es interessiert uns hier nur, wie die Phase φ aussieht, wenn ein Elektron einen bestimmten Impuls \vec{p} hat. Dann gilt (\vec{r} Ortsvektor)

$$(6) \quad \varphi = \vec{k} \cdot \vec{r}$$

mit

$$(7) \quad \vec{k} = \vec{p} / \hbar$$

Man erkennt hierin unschwer die DE BROGLIEsche Hypothese wieder: Nimmt man A als Konstante an, so stellt (5) mit (6) eine (komplexe) ebene Welle dar, wenn man (5) als Funktion des Ortes \vec{r} betrachtet. Mit (7) ist dem Elektron eine bestimmte Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$ seiner Wahrscheinlichkeitsamplitude zugeordnet. Analysiert man das Doppelspalteexperiment, so kann man in völliger Analogie zur Wellenoptik setzen (Abb.3), wenn man $b \gg a$ annimmt:

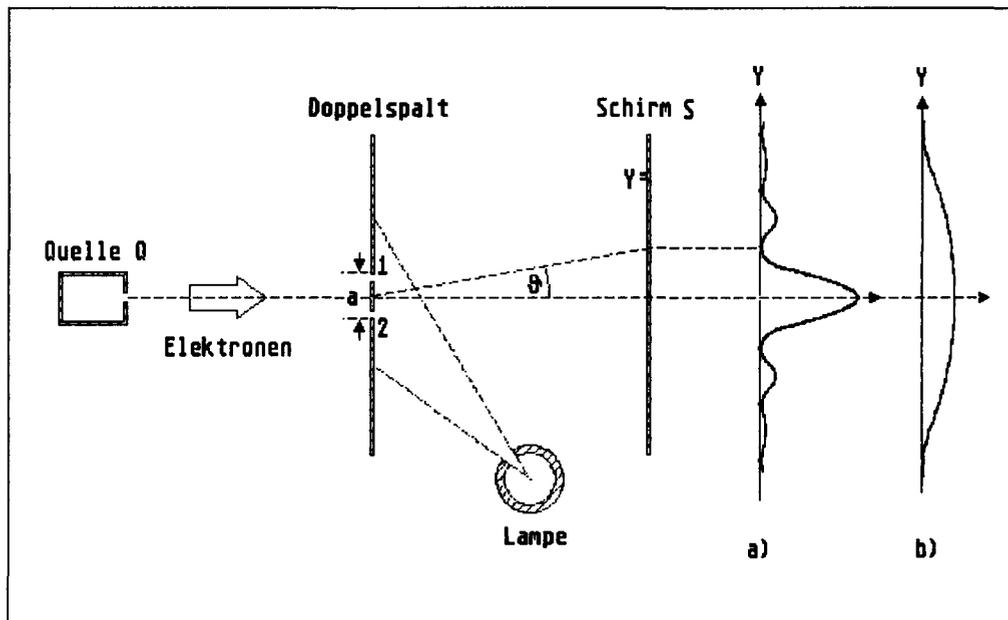


Abb. 3

$$(8) \quad \lambda = 2a \sin \theta = 2a \cdot \theta$$

Dem Winkel θ entspricht eine Differenz des vertikalen Impulses Δp_y

$$(9) \quad \frac{\Delta p_y}{p_x} \approx \theta$$

Somit folgt aus (8), (9) und $\lambda = h/p_x$

$$(10) \quad \Delta p_y = h/2a.$$

Bei einer *Störung* durch eine zusätzliche Meßanordnung ist die Größe Δp_y nun von entscheidender Bedeutung:

- a) Ist die Störung so groß, daß der Impuls des Elektrons in vertikaler Richtung im Mittel mehr als Δp_y verändert wird, so wird mit Sicherheit die Interferenzfigur zerstört; sie "verschmiert" zu der Kurve b) der Abb. 3, denn - bildlich gesprochen - durch eine solche Störung "wandern" die Maxima in die Minima und umgekehrt.
- b) Ist die Störung so klein, daß die Impulsänderung des Elektrons in vertikaler Richtung *kleiner* als Δp_y ist, so wird die Interferenzfigur nicht oder nur sehr wenig beeinträchtigt.

Sehen wir uns nun an, was aus Punkt a) folgt, wenn das beobachtete Elektron einem der Spalte zugeordnet werden kann! Damit das Beleuchtungslicht in Abb. 3 die einzelnen Spalte "auflösen" kann und somit das Elektron dem einen oder anderen der Spalte zugeordnet werden kann, muß die Wellenlänge des Lichtes kleiner sein als a , multipliziert mit dem Cosinus des Einfallswinkels des Lichtes. Von solchen experimentellen Einzelheiten unabhängig argumentiert man folgendermaßen:

Die Unbestimmtheit Δy der Lokalisation des Elektrons in *vertikaler* Richtung y kann nicht größer als a sein, also

$$(11) \quad \Delta y \leq a,$$

wenn das Elektron einem der Spalte zugeordnet werden konnte. Aus dem Fundamentalprinzip folgt, daß dann die Interferenzfigur zerstört ist. Nach Punkt a) gilt dann

$$(12) \quad \Delta p_y > h/2a$$

und, (12) mit (11) multipliziert ergibt

$$(13) \quad \Delta p_y \Delta y > h/2$$

(13) ist nichts anderes als eine bekannte Formulierung des HEISENBERG'schen Unbestimmtheitsprinzips. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß das obige Beispiel den Sachverhalt *illustriert*, selbstverständlich aber nicht beweist.

6. Einige Bemerkungen zur "Evidenz" des Fundamentalprinzips

Es wurde schon angedeutet, daß dem Fundamentalprinzip als "Axiom" in gewissem Sinn die Eigenschaft der Evidenz zukommt. Das bedeutet: Es gibt "conceptual experiments", die das Fundamentalprinzip evident machen in dem gleichen Sinne wie die NEWTONschen Axiome der klassischen Mechanik durch die bekannten Schul-Demonstrationsexperimente. Die Auswahl solch geeigneter Meßvorgänge ist schwierig, da diese nicht a priori festgelegt, sondern nur aus der Erfahrung bezüglich ihrer Tragweite für die Theorie erkannt werden können. So ist z. B. nach Auffassung der Quantenmechanik die Bewegung längs (NEWTONscher) Bahnen, die durch (gleichzeitig) scharfe Ort- und Impulswerte festgelegt sind, nicht allgemein gültig. Es gibt also Erfahrungen, die wir in unserer gewohnten Umwelt nicht vorfinden. Um quantenmechanische Phänomene im Unterricht ähnlich anschaulich machen zu können wie solche der klassischen Physik, sollten sie mit ebenso kleinem apparativem Aufwand demonstriert werden. Dies ist leider nicht realisierbar. Oft ist es in einem einzigen durchlaufenden Experiment aus technischen Gründen nicht möglich, die zu vermittelnde Erfahrung vollständig zu zeigen. Deshalb bietet sich die Darstellung grundlegender Experimente in Form von Trickfilmen als geeignetes Mittel an, exemplarische neue Erfahrungen zu ermöglichen. Im "Institut für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, Grünwald bei München" wurden vom Autor und A. BRACHNER eine Reihe von Filmen zur Quantenmechanik produziert. Die Experimente wurden nach folgenden Gesichtspunkten ausgewählt:

- a) Die Filme stellen für die Quantenmechanik repräsentative Grunderfahrungen in Form von übersichtlichen, schematischen Versuchen dar, aus denen die Begriffe der Quantenmechanik abstrahiert werden können.
- b) Die physikalische Aussage tritt gegenüber dem technischen Aufwand des Versuchsaufbaues deutlich in den Vordergrund. Die in den Filmen dargestellten Experimente sind prinzipiell mit realen Meßgeräten durchführbar. Sie werden in idealisierter und schematischer Form dargestellt. Idealisiert heißt, daß alle physikalischen Größenordnungen in den Bereich filmischer Darstellbarkeit transformiert werden. Schematisiert heißt, daß die Versuche ohne den in der Realität notwendigen technischen Aufwand gezeigt werden.
- c) Um die "Natur selber sprechen zu lassen" und nicht von vornherein durch die Art der Darstellung im Film bereits Interpretationen in das Experiment hereinzutragen, wird auf eine Veranschaulichung durch Modelle der klassischen Physik verzichtet. Klassische Modelle sind hier einer konsistenten Erklärung eher hinderlich als zuträglich.

Der Film "Die Quantenmechanische Messung" (Nr. 360433) stellt die in diesem Aufsatz skizzierten experimentellen Resultate in anschaulicher Weise dar. An ihm kann z. B. das Fundamentalprinzip durch eingehende Analyse des Dargebotenen abstrahiert werden.

Das Fundamentalprinzip kann aber auch real an einer einfachen, sehr übersichtlichen Meßanordnung mit Photonen demonstriert werden (Abb. 4 und 5).

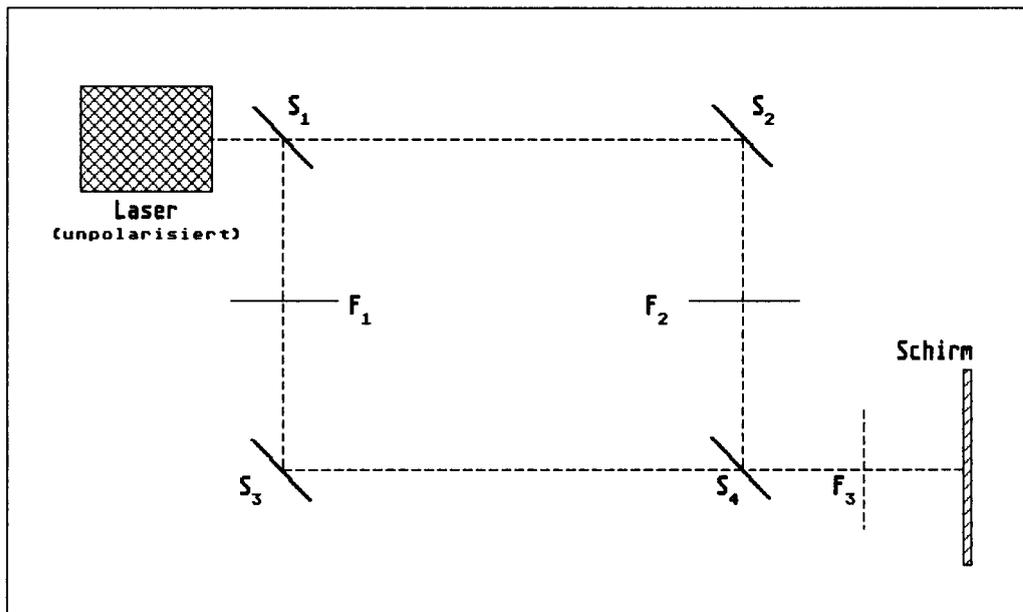


Abb. 4

Unpolarisiertes Laserlicht wird in einem Mach-Zehnder-Interferometer "geteilt", nach dem Spiegel S_4 wieder "vereinigt" und auf dem Schirm S beobachtet (Abb. 4). Die Spiegel S_1 und S_4 sind zueinander parallel und um 45° gegen die optische Achse des Lasers geneigt, S_1 und S_4 halbdurchlässig, S_2 und S_3 undurchlässig (zur besseren Beobachtung des Versuchsergebnisses empfiehlt es sich, den Laserstrahl aufzuweiten). Die vollkommene Symmetrie dieser Anordnung muß nun durch eine geringe Drehung eines Spiegels (S_2 oder S_3) etwas gestört werden. Dann beobachtet man nach Einschalten des Lasers im Idealfall auf dem Schirm S eine Interferenzfigur aus (im Idealfall) parallelen hellen und dunklen Streifen. Die Analogie zu dem Doppelspaltexperiment der Abb. 1 wird deutlich, wenn man beachtet, daß den beiden Wegen durch je einen der Spalte des Doppelspaltexperimentes hier die beiden Wege " $S_1-S_2-S_4$ " und " $S_1-S_3-S_4$ " entsprechen. Um diesen Verlauf zu einem Analogieversuch zur Abb. 2 zu machen, muß nun noch eine zusätzliche Meßanordnung gefunden werden, die die Photonen in dem Mach-Zehnder-Interferometer in einen der beiden Zustände "Photon an S_2 " oder "Photon an S_3 " zwingt.

Eine Möglichkeit, die Photonen eindeutig einem der Wege " $S_1-S_2-S_4$ " oder " $S_1-S_3-S_4$ " zuzuordnen, ohne sie zu vernichten, bietet ihre Polarisation; denn sie ist eine innere Eigenschaft des Photons und unabhängig von den anderen, den Zustand eines Photons kennzeichnende Eigenschaften Frequenz und Ausbreitungsvektor. Baut man beim Interferometer in die beiden Wege " $S_1-S_2-S_4$ " bzw. " $S_1-S_3-S_4$ " in geeigneter Weise Polarisationsfolien F_1 und F_2 ein, so kann man die Photonen kennzeichnen, ohne Energie und Ausbreitungsvektor des Photonenzustandes zu ändern. Sind beide Polarisationsfolien parallel orientiert (Abb. 5a), so haben die Photonen identische Marken. Bei S kann nicht entschieden werden, welchen "Weg" sie genommen haben. Wir beobachten auf dem Schirm S ein *Interferenzmuster*, wie es auch ohne Polarisationsfo-

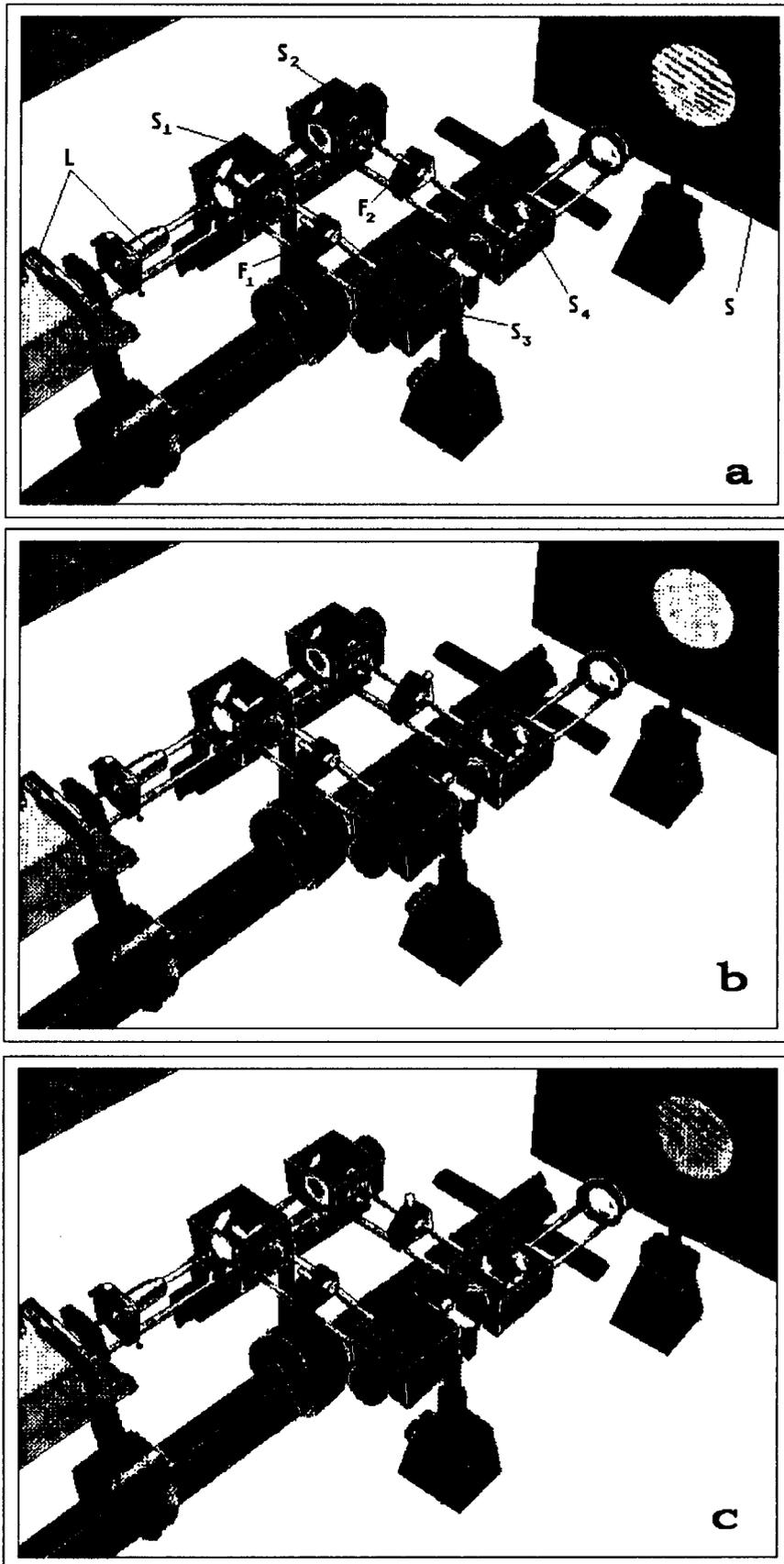


Abb. 5

lien erscheint. Ganz anders liegt der Fall, wenn die beiden Folienachsen einen Winkel von 90° bilden (Abb. 5b). Anhand der durch die Folien aufgeprägten, jetzt sehr leicht unterscheidbaren Marken kann den Photonen eindeutig ein "Weg" entweder über S_2 oder S_3 zugeordnet werden. Denn durch eine dritte Folie (hinter S_4 , jeweils parallel zu einer der beiden Folien F_1 oder F_2) kann überprüft werden, ob das im Moment registrierte Photon über S_2 oder S_3 gekommen ist. Das resultierende Bild auf dem Schirm S ist nun (ohne die Folie F_3) grundverschieden: Es tritt *keine Interferenz* mehr auf (Abb. 5b). Man beobachtet also genau das zum Fundamentalprinzip abstrahierte Verhalten. Abb. 5c zeigt noch ein Versuchsergebnis, wenn die beiden Folien einen Winkel $\neq 90^\circ$ einschließen. Man erkennt jetzt eine diffuse Beleuchtung des Schirmes, die von einem Interferenzmuster überlagert ist. Es gibt nämlich jetzt zwei Gruppen von Photonen. Die Photonen der einen Gruppe können einem bestimmten Weg zugeordnet werden, die anderen nicht (Genauerer siehe [19]).

Abschließend sei noch eine Bemerkung zu dem häufig vorgebrachten Argument gemacht, daß der obige Versuch doch mit der klassischen Wellentheorie des Lichtes befriedigend beschrieben werden könne. Bei "normalen" Intensitäten, d.h. bei Emission sehr vieler Photonen im Laser pro Zeiteinheit, ist eine klassische Interpretation durch die Wellentheorie möglich. Diese Deutung versagt aber, wenn die Leistung des Lasers so stark reduziert wird, daß im Mittel immer nur ein Photon die Versuchsanordnung passiert - die quantenmechanische Interpretation umfaßt dagegen alle "Intensitätsbereiche".

7. Schlußbemerkungen

Zu den obigen Überlegungen sollten noch zwei Anmerkungen gemacht werden.

Die in den Formeln (2) - (4) so einfachen, "wie vom Himmel gefallenen" Setzungen bilden das Resultat eines langen Klärungsprozesses in dem Ringen um einen angemessenen Formalismus für die Quantenerscheinungen. Sie beruhen letzten Endes auf einem genialen Raten. "Es gibt keinen logischen Weg von den Tatsachen zur Theorie: der Einfall, die Intuition, die Phantasie sind hier, wie überall, die Quellen schöpferischer Leistung, und das Kriterium der Richtigkeit ist die richtige Voraussage noch unerforschter oder zukünftiger Vorgänge" [20].

Diese These wird bei demjenigen Unbehagen auslösen, der unter dem Einfluß von J. NEWTONs berühmten Ausspruch "hypotheses non fingo" der vielfach vertretenen Meinung huldigt, daß sich die grundlegenden Konzepte und Gesetze der Physik allein aus experimentellen Ergebnissen "herleiten" ließen. Spätestens seit A. EINSTEINs Relativitätstheorie wurden den Physikern voll bewußt, daß eine physikalische Theorie nicht ohne spekulative Methoden entwickelt werden kann. Jede physikalische Theorie unterstellt mehr physikalische und philosophische Voraussetzungen als die Fakten allein aussagen. Andernfalls hätte z.B. die NEWTONsche Mechanik niemals einer Erweiterung bedurft.

Die Vernachlässigung bzw. mangelnde Herausstellung der spekulativen Elemente der Physik läßt diese wohl bei manchen als eine seelenlose Wissenschaft erscheinen. Die Gedankengänge, die sich um das Fundamentalprinzip herumranken, könnten die intuitive Seite der Physik in einer auch schon für Schüler einsichtigen Weise herausstellen und bewußt machen.

Wie schon zu Beginn gesagt, wäre es verfehlt zu glauben, daß man die quantenmechanischen Phänomene - wenn auch nur im Prinzip - verstehe, wenn man die Axiome, d.h. hier das Fundamentalprinzip mit der mathematischen Formalisierung (2) - (4), durchschaut hat. Genauso wie die Mathematik nur durch ihre Entfaltung mit Hilfe ihrer Axiome *in den Anwendungen* verständlich und sinnvoll wird, so lernen wir eine physikalische Theorie erst richtig, wenn wir sie anwenden. "Der Prozeß des Erlernens einer Theorie hängt vom Studium der Anwendungen ab, einschließlich des Lösen von Übungsaufgaben mit Papier und Bleistift und mit Geräten im Labor"[21]. Musterbeispiele der Anwendung der Theorie, einschließlich Übungsaufgaben müssen als ein wesentliches Element der Darlegung einer Theorie angesehen werden, denn erst durch diese Anwendungen lernt der Schüler Probleme und "Situationen als einander ähnlich und als Gegenstand für die Anwendung desselben Gesetzes oder derselben Gesetzesskizze zu sehen" [22]. Auf diese Weise, d.h. durch den an Vorbildern orientierten Gebrauch wird der Wirklichkeitsbereich näher definiert und strukturiert, dem die Theorie zugeordnet ist. Dabei treten die formalen Regeln und die Axiome mehr und mehr in den Hintergrund und die in der abstrakten Theorie codifizierte Erkenntnis wird mehr in der "Betrachtungsweise physikalischer Situationen statt in Regeln und Gesetzen" [23] verkörpert. Zu klären, welche Anwendungen für den Schüler sinnvoll sind und wie sie im einzelnen durchgeführt werden sollten, das ist ein eigenes Aufgabenfeld der Didaktik.

Literatur:

- [1] H. SACHSSE, Was ist naturwissenschaftliche Bildung? MNU 29 (5), S. 260 (1976).
- [2] W. HEISENBERG, Der Teil und das Ganze, München, 1973, S. 121.
- [4] [2], S. 80.
- [4] [2], S. 83.
- [5] W. HEISENBERG, Physik und Philosophie, Ullstein, Frankfurt/M. 1959, S. 26.
- [6] R. FEYNMAN, Space - Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics, Rev. Mod. Phys. 20, S. 268 (1948).
- [7] [6], S. 267.
- [8] A. BRACHNER / R. FICHTNER, Quantenmechanik im Unterricht 1. Teil, PhuD 2, S. 81 (1974).
- [9] dto. - 2. Teil, PhuD 4, S. 249 (1974).
- [10] A. BRACHNER / R. FICHTNER, Quantenmechanik für Lehrer und Studenten, Schroedel, Hannover, 1977.
- [11] C. JÖNSSON, Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten, Zeitschrift für Physik 161, S. 45 (1961).
- [12] [6], S. 369.
- [13] [10], s. 24f.
- [14] R. FEYNMAN, R. LEIGHTON, M. SANDS, The Feynman Lectures on Physics, Addison Wesley, R. Oldenbourg, München, 1971.
- [15] W. HEISENBERG, Physikalische Prinzipien der Quantentheorie, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1958, S. 47.
- [16] R. FICHTNER, Gedankenexperimente zur Quantenphysik - dargestellt in Kurzfilmen, MNU 31, Heft 3, S. 150 (1978).
- [17] Filme des Instituts für Film und Bild, Grünwald
 - 360 518 Doppelspaltversuch mit Licht
 - 360 433 Die quantenmechanische Messung
 - 360 434 Unterscheidbare und un-unterscheidbare Objekte 1
 - 360 435 Unterscheidbare und un-unterscheidbare Objekte 2
- [18] L. SCHIFF, Quantum Mechanics, Mc Graw Hill Book Company, New York, 1968.
- [19] [10], S. 96.
- [20] M. BORN, Physik im Wandel meiner Zeit, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1957.
- [21] T. S. KUHN, Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen Suhrkamp, Frankfurt/Main, 1978, S. 61.
- [22] [21], S. 202.
- [23] [21], S. 202.