

Bälle zum

Werfen

Schlagen

Stoßen

Leopold Mathelitsch

Institut für Theoretische Physik

Universität Graz

1. Elastizität
2. Wurfbahn
3. Flugbahn
4. Drall
5. Rollende Bälle

1. Elastizität

Stoßzahl e

$$e = \frac{v_2}{v_1}$$

Mit

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad \Rightarrow \quad e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

Kontaktzeit τ

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$$

<i>Ball</i>	<i>Stoßzahl</i> e	<i>Kontaktzeit</i> τ (ms)
Tennis	0,8	5-6
Golf	0,84	1
Baseball	0,5	2
Superball	0,8-0,9	3
Hacky Sack	0	∞

Bestimmung der Stoßzahl aus der Sprungdauer

Stoßgesetz

$$e = \sqrt{\frac{h_{i+1}}{h_i}} \Rightarrow h_{i+1} = e^2 \cdot h_i$$

$$h_{i+1} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot T_{i+1}^2 \Rightarrow T_{i+1} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_{i+1}}{g}} = e \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_i}{g}} = e \cdot T_i ,$$

Geometrische Reihe

$$T_i = e^i \cdot T_0 .$$

Summation bis zum n'ten Aufprall

$$t_n = 2 \sum_{i=0}^n T_i - T_0 = T_0 (2 \sum_{i=0}^n e^i - 1) =$$
$$T_0 \left(2 \cdot \frac{1 - e^{n+1}}{1 - e} - 1 \right) = T_0 \cdot \frac{1 + e - e^{n+1}}{1 - e} .$$

Grenzwert $n \rightarrow \infty$

$$t_\infty = T_0 \cdot \frac{1 + e}{1 - e}$$

Stoßzahl e

$$e = \frac{t_\infty - T_0}{t_\infty + T_0} .$$

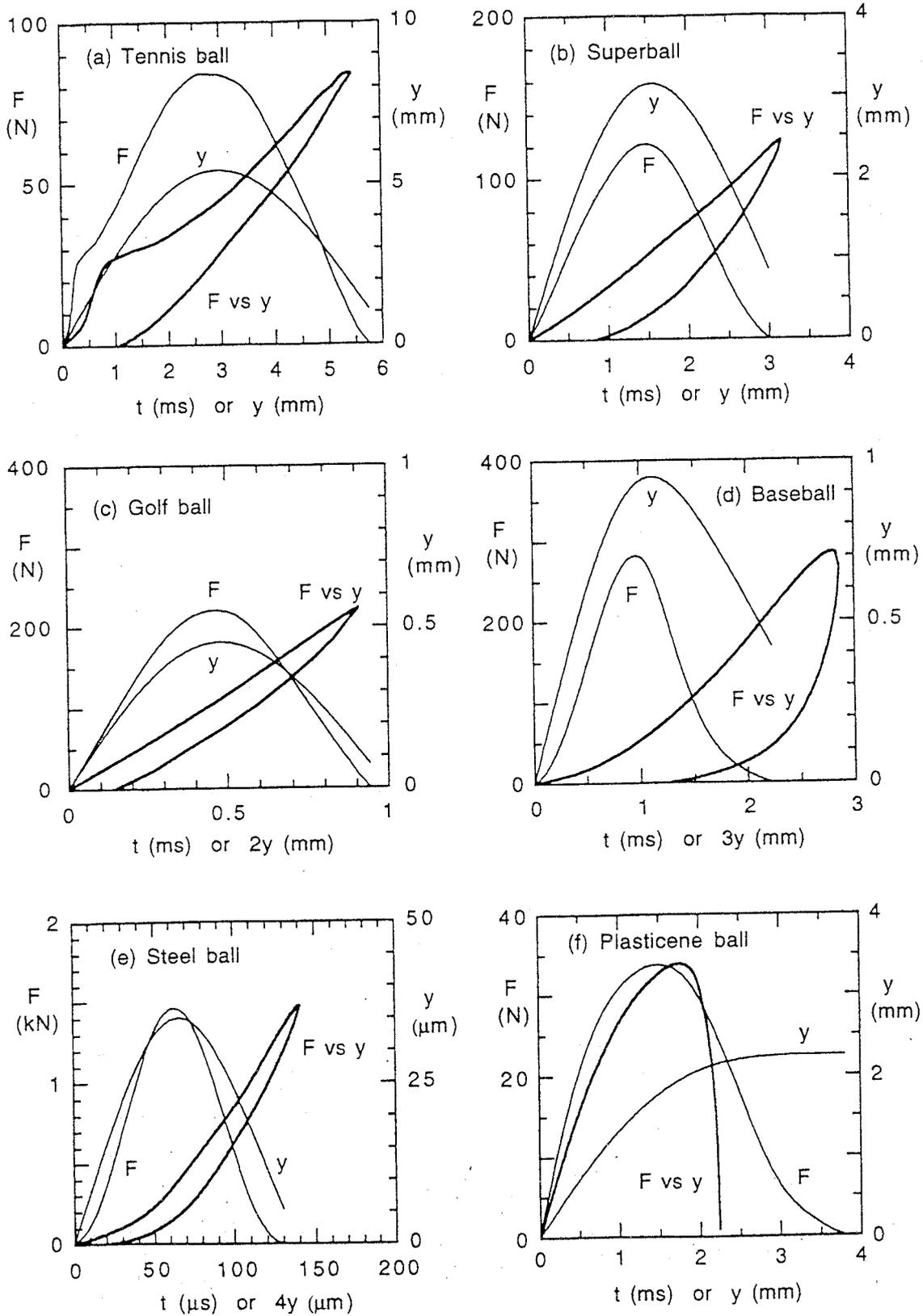


Fig. 2. F and y vs time for six different balls, together with the corresponding F vs y dynamic hysteresis curves, where y is the displacement of the center of mass.

2. Wurfparabel

Wurfparabel

$$y = h + \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot (\cos^2 \alpha)} \cdot x^2$$

h...Abwurfhöhe

α ...Abwurfwinkel

v_0 ...Abwurfgeschwindigkeit

Wurfweite: $h = 0$

$$W = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

$h \neq 0$

$$W = \frac{v_0^2 \cdot \cos \alpha}{g} \cdot \left(\sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{2 \cdot h \cdot g}{v_0^2}} \right)$$

Basketball

$$h = \tan \alpha \cdot L - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot (\cos^2 \alpha)} \cdot L^2$$

L...Distanz zum Korb

h...Höhe des Korbs oberhalb der Abwurfhöhe

α ...Abwurfwinkel

v_0 ...Abwurfgeschwindigkeit

Anfangsgeschwindigkeit als Funktion des Abwurfwinkels

$$v_0^2 = \frac{g \cdot L}{2 \cdot (\cos \alpha)^2 \cdot (\tan \alpha - h/L)}$$

Anfangsgeschwindigkeit als Funktion des Abwurfwinkels

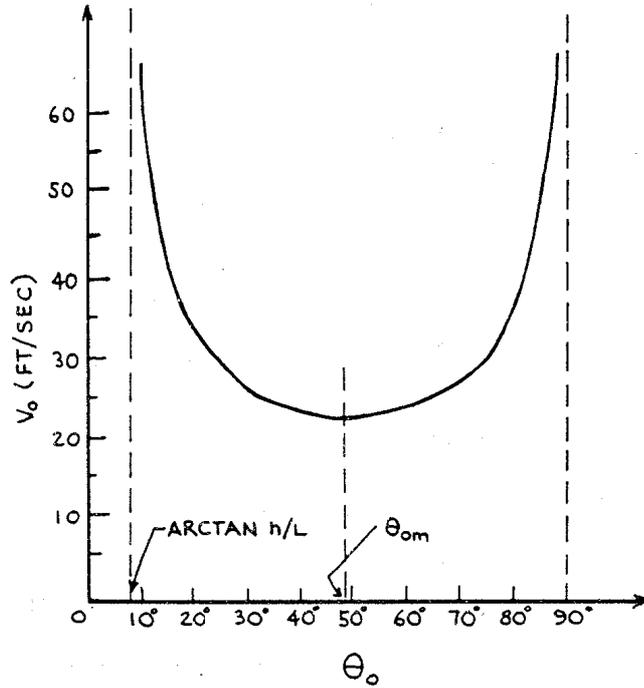


Fig. 5. Graph of relationship between v_0 and θ_0 [Eq. (4)] for a trajectory with $h = 2$ ft, $L = 13.5$ ft.

Erlaubte (relative) Fehler für Abwurfgeschwindigkeit und Abwurfwinkel als Funktion des Abwurfwinkels

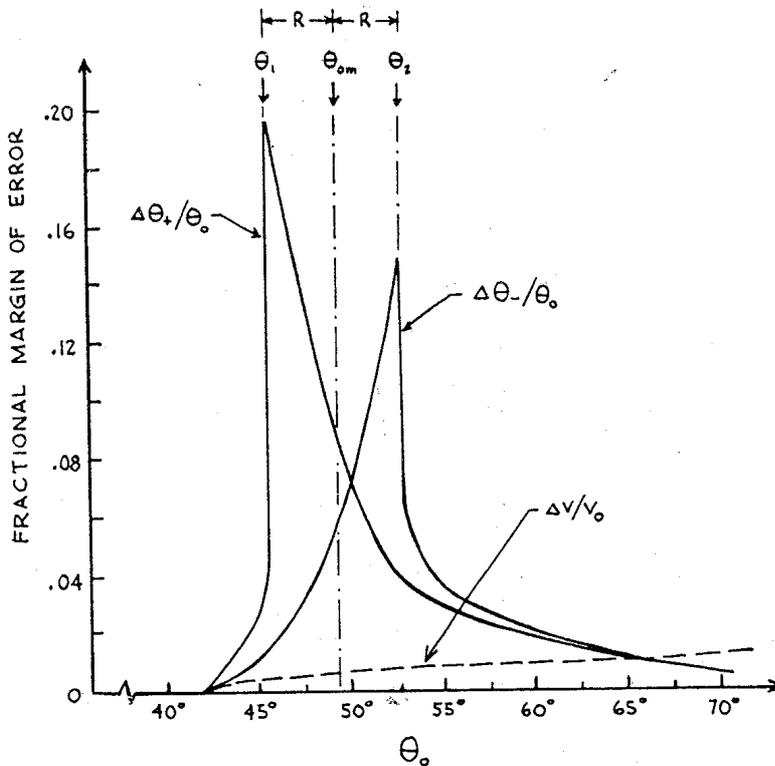


Fig. 11. Margins for error in speed and angle for trajectories with $h = 2$ ft, $L = 13.5$ ft.

3. Flugbahn

Luftwiderstand

$$F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_w \cdot v^2$$

ρ ...Dichte der Luft

A...Querschnitt des Balls

C_w ...Luftwiderstandsbeiwert

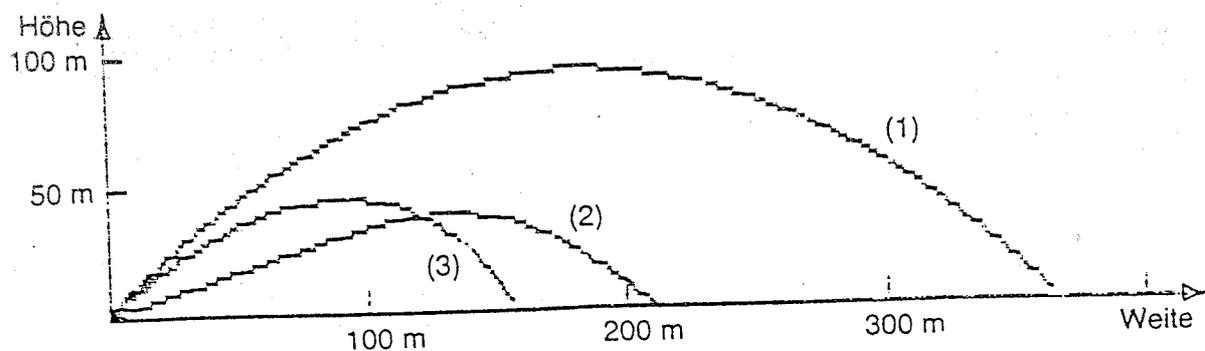
Auftrieb

$$F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_A \cdot v^2$$

ρ ...Dichte der Luft

A...Querschnitt des Balls

C_A ...Auftriebsbeiwert



(1) ohne Luftwiderstand (optimaler Abwurfwinkel 45°)

(2) mit Luftwiderstand und Auftrieb (optimaler Abwurfwinkel 15°)

(3) mit Luftwiderstand (optimaler Abwurfwinkel 39°)

Die Kurven sind berechnet mit:

$$v_0 = 60 \text{ m/s}$$

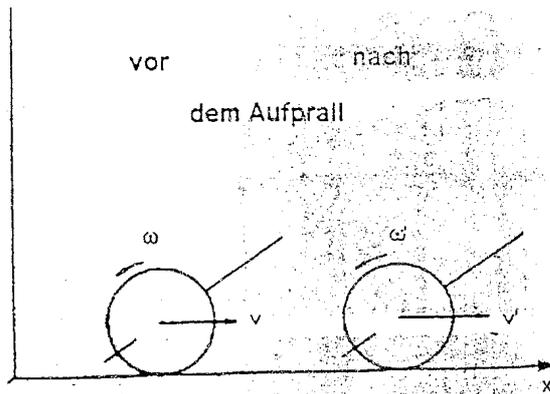
$$\frac{1}{2} \cdot C_w \cdot \rho \cdot A = 4 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$$

$$\frac{1}{2} \cdot C_A \cdot \rho \cdot A = 0,0175 \text{ kg/s}$$

Lineare Abhängigkeit des Auftriebs von der Geschwindigkeit

4. Drall

- Die kinetische Energie bleibt während der Kollision erhalten.
- Es gibt kein Gleiten im Berührungspunkt.
- Der Drehimpuls um den Kontaktpunkt bleibt während des Stoßes konstant.
- Die Geschwindigkeitskomponente normal zur Aufschlagsfläche wird umgekehrt.



Energieerhaltung

$$E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot (v^2 + C \cdot u^2) = \frac{m}{2} \cdot (v'^2 + C \cdot u'^2) = E_{kin}'$$

Drehimpulserhaltung

$$L = m \cdot R \cdot (C \cdot u - v) = m \cdot R \cdot (C \cdot u' - v') = L'$$

Trägheitsmoment einer Kugel

$$I = C \cdot m \cdot R^2$$

homogene Kugel: $C = 2/5$; Hohlkugel: $C = 2/3$

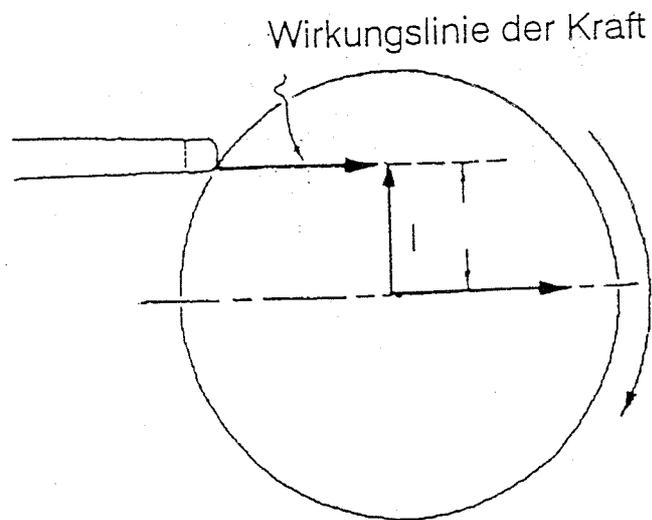
$$u = \omega \cdot R$$

Geschwindigkeit und Rotation des abspringenden Balls

$$v' = \frac{C-1}{C+1} \cdot v - \frac{2 \cdot C}{C+1} \cdot u$$

$$u' = -\frac{2}{C+1} \cdot v + \frac{C-1}{C+1} \cdot u$$

5. Rollende Bälle



Seitensicht einer mit Hochstoß angespielten Kugel

Kraftstoß S

Impuls

$$m \cdot v = S$$

Drehimpuls

$$I \cdot \omega = l \cdot S$$

Elimination von S

$$u = -\frac{5}{2} \cdot \frac{l}{R} \cdot v$$

Rollbedingung

$$u + v = 0$$

⇓

$$l = \frac{2}{5} \cdot R$$

Der Ball muss in Höhe $h = 7/5 R$ angestoßen werden

Literatur:

- C. B. Daish „The Physics of Ball Games“
The English University Press, London, 1972.
- E. Schrier, W. F. Allman (Ed.) „Newton at the Bat“
Charles Scribner's Sons, New York, 1984.
- J. Walker „Roundabout. The Physics of Rotation in the Everyday World“
W. H. Freeman, New York, 1985.
- C. Frohlich (Ed.) „Physics of Sports“
American Association of Physics Teachers, College Park, 1986.
- D. F. Griffing „The Dynamics of Sports. That's the Way the Ball Bounces“
The Dalog Comany, Oxford, Ohio, 1987.
- L. Mathelitsch „Sport und Physik“
Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991
- Th. P. Jorgensen „The Physics of Golf“
American Institute of Physics, New York.
- G. Fischer „Spielzeug und Physik“.
Diplomarbeit, Universität Graz, 1994.
- P. J. Brancazio „Physics of basketball“
American Journal of Physics 49 (1981), S. 356
- H. Brody „That's how the ball bounces“
The Physics Teacher 22, November 1984, S. 494.
- H. Harreis „Verblüffende Experimente mit Kinderspielbällen“
Physik und Didaktik 3 (1984), S. 241.
- J. S. Huchner, T. L. Smith „Multi-Ball Collisions“
The Physics Teacher 30, January 1992, S. 46.
- A. Juhász, P. Tasnádi „Wie stark kann ein Fußball stoßen?“
Physik und Didaktik 4 (1993), 328.
- R. K. Adair „The Physics of Baseball“
Physics Today, May 1995, S. 26.
- T. Duenbostl, L. Mathelitsch, T. Oudin „Experimente mit dem Tennisschläger“
Praxis der Naturwissenschaften 2/45. Jg. (1996), S. 2
- R. Cross „The bounce of the ball“
American Journal of Physics 67 (1999), S.222