



Helmut Dittmann, Werner B. Schneider

## Zur Deutung der inneren Regenbögen

### 1 Einleitung

Der Regenbogen fasziniert als Naturphänomen immer wieder den Menschen. Will man diese Naturerscheinung in allen Feinheiten physikalisch deuten, so benötigt man modernste Methoden der Physik.

Im Verlauf der Wissenschaftsgeschichte spielt der Regenbogen die Rolle eines Prüfsteins neuer physikalischer Theorien. Viele berühmte Wissenschaftler haben im Laufe der Geschichte Deutungen zum Regenbogen angegeben. Immer dann, wenn eine neue Erkenntnis zur Natur des Lichts gewonnen wurde, fand sie sofort auch ihre Anwendung beim Regenbogen und wurde daran überprüft. Der Regenbogen als Testobjekt war besonders werbewirksam, da er das natürliche Interesse der Menschen anzog. Besonders deutlich wird dies bei Descartes, Newton, Young, Airy und Nussenzweig (siehe Literatur [1] bis [12]).

Zunächst waren es das Brechungs- und das Reflexionsgesetz bei Descartes [9], dann die Dispersion mit der Deutung der Regenbogenfarben durch Newton [8], die Welleneigenschaften des Lichts wurden zuerst durch Young (in [1]) nachgewiesen und sofort auf den Regenbogen angewandt, Airy (in [7], [1]) führte eine Verfeinerung der Youngschen Theorie durch und Nussenzweig [1] gelang schließlich die vollständige Beschreibung mit Hilfe der modernen Computer unter Verwendung der Maxwellschen Theorie des Lichts und der Mieschen Streutheorie (Beispiele in [7]).

Der Regenbogen hat in den letzten 50 Jahren auch im Bereich atomarer Stoßpro-



Abb. 1a: Regenbogen bei relativ hohem Sonnenstand (Foto: W. B. Schneider)



zesse an Bedeutung gewonnen. Man beobachtet bei Teilchen ähnliche Phänomene wie beim Licht. Hier spielt die Wellennatur der Atome und Kerne die entscheidende Rolle zur Deutung. Die Untersuchung der Regenbogenphänomene in diesem Bereich ist auch heute noch Gegenstand aktueller Forschung.

In der Lehre beschränkt man sich in der Regel auf die Deutungen nach Descartes und Newton und berücksichtigt nur den ersten und zweiten Regenbogen und die Entstehung der Regenbogenfarben. Man verzichtet auf eine genauere Erklärung der sogenannten inneren Bögen (vgl. Abb. 1b), da deren quantitative physikalische Deutung nicht elementar möglich ist.

Das sogenannte Zeigermodell des Lichts, das schon lange bekannt ist (z.B. Pohl [14]) und von Feynman [15] aktualisiert wurde, aber erst mit der Entwicklung leistungsfähiger Computer auch in Schulen eingesetzt werden kann (z.B. Bader [16], Erb [17]), gestattet, komplizierte Wellenphänomene elementar zu behandeln. Wir haben das Zeigermodell aufgegriffen und auf die Deutung der inneren Bögen angewandt. Dazu wurde ein Simulationsprogramm entwickelt, das sowohl das Strahlenmodell als auch das Zeigermodell verwendet und damit eine umfassende Deutung des Regenbogens auch für Schüler möglich macht.

Im Folgenden wird zunächst eine experimentelle Anordnung gezeigt, mit der man die inneren Bögen im Experiment in spektakulärer Weise demonstrieren kann, und es wird das Simulationsprogramm kurz vorgestellt. Das Programm kann über das Internet heruntergeladen werden [18].



Abb. 1b: Ausschnitt aus einem Regenbogen. Steht die Sonne sehr tief, so sieht man fast einen vollen Halbkreis - bei höheren Sonnenständen mehr oder weniger große Abschnitte des Bogens. Bei genauem Hinsehen erkennt man beim Hauptbogen – vor allem im oberen Teil noch eine Struktur nach innen (innere Bögen), anschließend an die blau-violetten Teile des Hauptregenbogens. Die inneren Bögen zeigen keine typischen Regenbogenfarben. Meistens erscheinen sie blau-violett. Die Schwarz-Weiß-Reproduktion kann die Erscheinung natürlich nur ahnen lassen. Eine Sammlung von Farbfotos ist unter [18] herunterladbar. (Foto: W. B. Schneider)



## 2 Innere Regenbögen in Natur und Labor

Die inneren Regenbögen sind in der Natur nicht immer gleich gut ausgeprägt. Man muss sie sowohl beim Haupt- als auch beim Nebenregenbogen im Anschluss an den blau-violetten Bereich - beim Hauptregenbogen nach innen, beim Nebenregenbogen nach außen - suchen. In der Regel sind sie im oberen Teil des Bogens häufiger zu finden.

In Abbildung 1a und 1b sind Beispiele für je einen Ausschnitt eines Regenbogensystems angegeben.

Will man den Regenbogen im Experiment zeigen, so muss man die Regenwand künstlich erzeugen, wie sie z.B. bei einem Rasensprenger gegeben ist (s. Abb. 2).



Abb. 2: Regenbogensystem wie es im Fall des durch einen Rasensprenger künstlich erzeugten Regens oft zu beobachten ist. Der Nebenbogen ist andeutungsweise zu sehen, die inneren Bögen nicht (Foto: W. B. Schneider).

In diesem Bild ist die typische Situation für das Auftreten der Regenbögen erkennbar. Der Rasensprenger erzeugt eine „Wand“ mit Wassertropfen, die Sonne steht direkt hinter dem Beobachter. Die Beobachtung des Streulichts erfolgt in Rückwärtsrichtung. Der Nebenregenbogen ist wesentlich lichtschwächer als der Hauptregenbogen. Oft ist die Verteilung der Tropfen so ungünstig, dass der Nebenregenbogen nur schwach oder nicht zu beobachten ist (s. Abb. 2).

Einfacher ist es, den Regenbogen im Labor nur mit einem Tropfen zu erzeugen. Die hierzu von uns gewählte Versuchsanordnung ist in Abb. 3 gezeigt (eine Alternative findet man in [4]). Als „Tropfen“ dient hier eine Glaskugel von ca. 6cm Durchmesser. In ein weiß beschichtetes Brett ca. 80cm x 80cm ist ein Loch geschnitten (ca. 6cm Durchmesser). Hinter dem Brett steht eine Laborleuchte (Halogenlampe 100W) mit Kondensator, die annähernd paralleles Licht macht und die



Kugel voll ausleuchtet. Die Kugel wird z.B. auf die offene Seite eines Reagenzglases gestellt und befindet sich in ca. 60cm Abstand vor dem Brett. Auf dem Brett erkennt man bei etwas abgedunkeltem Raum einen hellen, kreisförmigen Lichtsaum, der dem Regenbogen entspricht.

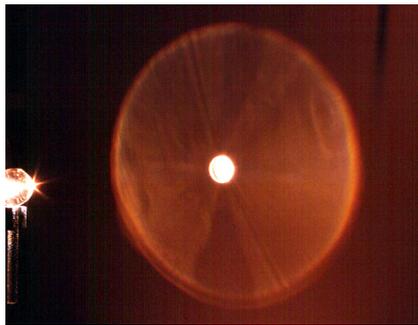


Abb. 3: Versuchsanordnung zur Demonstration der Entstehung der Regenbogenscheinung mit nur einem „Tropfen“, der hier durch eine Glaskugel repräsentiert wird. Weitere Erläuterungen im Text. (Foto: W. B. Schneider)



Abb. 4: Anordnung zur Demonstration der Regenbogenscheinung mit einem „zylinderförmigen Tropfen“. Die Anordnung entspricht derjenigen in Abb.3. Die Kugel ist durch einen Glasstab von ca. 5mm Durchmesser ersetzt. Durch diese Abänderung entsteht die Regenbogenscheinung nur in einer Ebene, wie rechts zu erkennen ist. Der Glasstab kann durch ein mit Wasser gefülltes Reagenzglas ersetzt werden. Die Höhe des Streifens wird von der Ausleuchtung des Stabes bestimmt. Das hinter dem Stab austretende Licht ist durch einen Papierstreifen ausgeblendet. (Foto: W. B. Schneider)

Da hier die Erdoberfläche die Beobachtung nicht begrenzt, sieht man einen vollständigen Kreis. Bei dieser Art der Demonstration erfolgt die Beobachtung nicht direkt wie in der Natur, sondern über das am Brett gestreute Licht. Das Experiment zeigt ferner die typische Aufhellung nach innen, die den Kontrast zu dem Dunkelbereich außen noch deutlicher erscheinen lässt. Der Nebenregenbogen kann hier nicht beobachtet werden, da er wegen der größeren Brechzahl von Glas in Vorwärtsrichtung entsteht. Interessant ist, dass bereits ein Tropfen genügt, einen Regenbogen zu erzeugen. Die direkte Beobachtung der unterschiedlich gefärbten Bögen setzt allerdings über eine große Fläche statistisch verteilte Tropfen voraus (s. z.B. [12]). Die in der Natur zu beobachtende Regenbogenscheinung ist die additive Überlagerung der Bögen der einzelnen Tropfen. Je mehr Tropfen an dem System beteiligt sind, desto größer ist daher die vom Auge empfangene Strahlungsleistung des Streulichts. Will man auch den zweiten Bogen sichtbar

machen, so kann man einen mit Wasser gefüllten Rundkolben (Durchmesser ca. 6cm) verwenden, wie er z.B. als Schusterkugel (zitiert in [12]) bekannt ist. Man kann auch mit einem aus einer Pipette oder Spritze austretenden Tropfen experimentieren (s. [14]). Will man die inneren Bögen zeigen, so muss der Tropfendurchmesser sehr klein sein (Durchmesser etwa ein Millimeter oder kleiner).

Mit Tropfen dieses Durchmessers lässt sich nicht so einfach experimentieren. Hier empfiehlt es sich, die Kugelform des Tropfens zu verlassen und sich auf die Zylinderform zu beschränken. Dies hat zur Folge, dass man keinen Kreis bzw. Bogen mehr sieht, sondern nur noch einen Streifen. In Abb. 4 ist eine entsprechende Experimentieranordnung dargestellt. Die Kugel in Abb. 3 ist durch einen Glasstab von ca. 5mm Durchmesser ersetzt.

Will man die inneren Bögen vorführen, so benötigt man einen Glasstab mit einem Durchmesser von ca. 1mm. Einfacher ist, wenn man einen Wasserstrahl verwendet, dessen Durchmesser kleiner als 1mm ist (s. Abb. 5). Dazu lässt man aus einem Vorratsgefäß über eine Kapillare das Wasser ausfließen [14]. Die Kapillare kann aus AR-Glas gezogen werden. Es empfiehlt sich, als Lichtquelle einen Laser zu

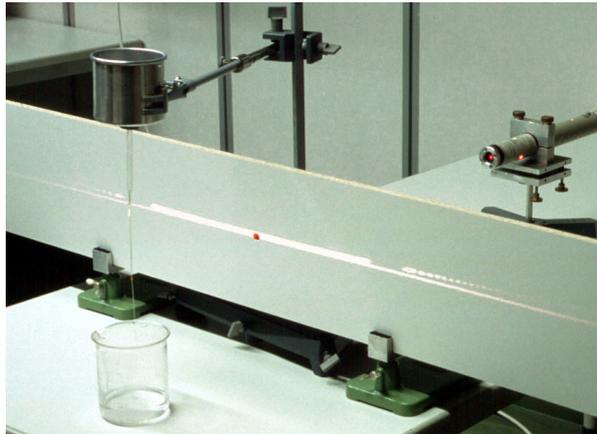


Abb. 5: Anordnung zur Demonstration der inneren Bögen (Prinzip wie in Abb. 3).

Der Stab wird durch den Wasserfaden ersetzt. Aus dem Vorratsgefäß fließt durch eine Kapillare das Wasser in das Becherglas. Die Experimentierleuchte ist durch einen He-Ne-Laser ersetzt. Das Laserlicht tritt wie in Abb. 3 durch ein Loch eines Brettes (weißbeschichtete Spanplatte, ca. 100cmx20cm) und leuchtet den Faden in seiner Breite voll aus. Auf dem Brett sieht man das rückgestreute Licht und zwar einmal die Reflexion an der Vorderseite (durchgehende Linie), den ersten und zweiten „Regenbogen“ mit dem dazwischenliegenden Dunkelband und die inneren Bögen, die hier beim Hauptregenbogen den gesamten Innenbereich ausfüllen. Details sind in Abb. 6, die bei abgedunkeltem Raum erhalten wurde, besser zu erkennen. (Foto: W. B. Schneider)



verwenden, da hiermit wegen der größeren Kohärenzlänge die inneren Bögen besonders zahlreich entstehen. Eine bewährte Anordnung ist in Abb. 5 dargestellt. (Anmerkung: es wird im Folgenden die Bezeichnung Bogen verwendet, obwohl es sich aufgrund der Zylindersymmetrie nur um einen vertikalen kurzen Strich als Ausschnitt handelt. Verteilt man viele Zylinder mit statistisch orientierten Achsen, so entsteht aus den kurzen Streifen wieder der Bogen).

In Abb. 6 ist die Streulichterscheinung bei abgedunkeltem Raum gezeigt. Für diese Aufnahme wurde ein He-Ne-Laser verwendet, der die Einstellung von drei Wellenlängen (633nm, 594nm und 543nm) erlaubt. Die für diese Wellenlängen

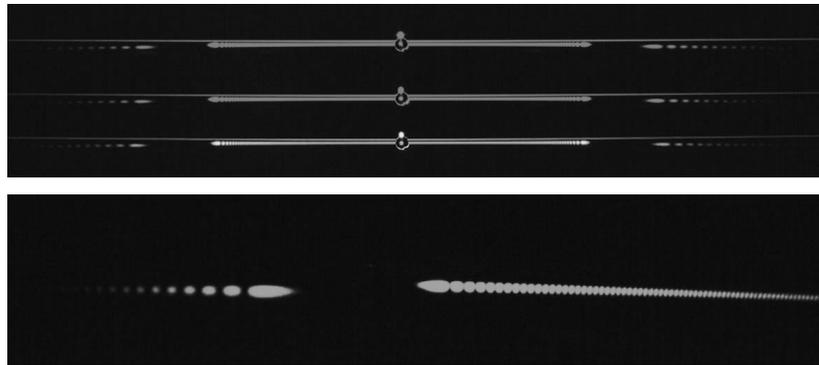


Abb. 6: Innere Bögen im Experiment (Anordnung wie in Abb. 5, abgedunkelter Raum). Im oberen Bild ist ein He-Ne-Laser verwendet, bei dem drei Wellenlängen eingestellt werden können (633nm, 594nm und 543nm). Im oberen Bild erkennt man das direkt reflektierte Licht als durchgehende Linie, den Hauptregenbogen mit dem ihm zugehörigen System innerer Bögen und den Nebenregenbogen mit seinen „inneren“ Bögen, die nach außen schnell abklingen. Im unteren Bild (633nm), einem Ausschnitt der linken Hälfte des Regenbogensystems des oberen Bildes, sind die Details besser zu erkennen. Durch den hier schräg gewählten Einfall des Laserlichts ist der direkte Reflex nicht mehr im Bild. Haupt- und Nebenregenbogensystem sind dadurch etwas versetzt gegeneinander, wobei der Nebenregenbogen links neben dem Dunkelband ansetzt und der Hauptregenbogen rechts davon mit einem bis zum Zentrum verlaufenden System von inneren Bögen. Diese Vielzahl der Bögen tritt wegen der großen Kohärenzlänge des Laserlichts auf. Mit Glüh- oder Sonnenlicht sind nur einige wenige (3-5) innere Bögen möglich. Der Film gibt nicht die korrekte Strahlungsleistung und Farbe des Streulichts wieder. Der Hauptregenbogen ist etwa 10mal intensiver als der Nebenregenbogen, wie man aus den rasch abnehmenden inneren Bögen erkennt. Man sieht auch, dass die nach dem Strahlenmodell zu erwartende „harte“ Kante (s. Abb. 13) beim Übergang in den Dunkelraum nicht auftritt, sondern kontinuierlich abgeschwächt in diesen übergeht, wie es aufgrund der Welleneigenschaften des Lichts zu erwarten ist. (Foto: W. B. Schneider)



jeweils erhaltene Streulichterscheinung ist durch Mehrfachbelichtung in einem Bild zusammengefasst (oberes Bild in Abb. 6). Damit lässt sich die Wellenlängenabhängigkeit des Streuwinkels, die bei Beleuchtung mit weißem Licht zu der Farberscheinung führt, deutlich erkennen. Im unteren Bild ist zur Detailwiedergabe ein vergrößerter Ausschnitt für die übliche Wellenlänge von 633nm dargestellt.

Die Demonstration der inneren Bögen unter Verzicht auf die Kugelform ist zu empfehlen, da man mit geringem Aufwand zum Ziel kommt und das Interesse an diesem so überraschenden Phänomen einfach wecken kann, das in der Natur nicht häufig und so deutlich zu beobachten ist. Es stellt auch eine Herausforderung für die Deutung dar. Im folgenden Abschnitt wird diese mit Hilfe eines zu diesem Zweck von uns geschriebenen Computerprogramms durchgeführt.

### 3 Das Regenbogensystem gedeutet mit Hilfe eines Computerprogramms

Im Folgenden wird das von uns in Visual Basic verfasste Programm vorgestellt - ohne genauer auf die Programmier technik einzugehen. Wir beschränken uns nur auf die wichtigsten Anliegen. Die Bedienung des Programms ist weitgehend selbsterklärend. Um alle Möglichkeiten auszunutzen und schätzen zu können, ist die Auseinandersetzung mit den physikalischen Grundlagen des Regenbogens zu empfehlen (siehe z.B. [1], [4], [11], [12]).

Die Startseite des Programms „Regenbogen“ gestattet über Schaltknöpfe die Wahl „Strahlenmodell“, „Wellenmodell“ und „Programmende“.

#### 3.1 Strahlenmodell

Die Simulation mit Hilfe des Strahlenmodells wird hier kurz aufgegriffen, da sie eine der Grundlagen für die Anwendung des Zeigermodells zur Deutung der inneren Bögen darstellt. Im Programm wird der Weg verfolgt, wie er bereits von Descartes [9] beschritten wurde, mit der Erweiterung, dass auch die Dispersion berücksichtigt wird, die zuerst von Newton [8] zur Deutung der Regenbogenfarben herangezogen wurde. Bei diesem Weg lässt man parallele Strahlen auf den Tropfen in wachsendem Abstand zum Mittelpunkt des Tropfens einfallen und verfolgt deren Verlauf nach der Wechselwirkung mit der Tropfengrenzfläche (Reflexion, Brechung und Dispersion).

Die Startseite für das Strahlenmodell in Abb. 7 zeigt von links nach rechts drei Fenster. Das erste gestattet die Wahl folgender Einstellungen zur Programmsteuerung:

- Wahl der Programmteile über den Schaltknopf Menu;
- Wellenlänge (drei feste Wellenlängen stellvertretend für rot (656nm), grün (527nm) und blau (430nm));
- Reflexionen: Anzahl der inneren Reflexionen von 1 bis 5 wählbar, „1“ führt zum Hauptregenbogen, „2“ zum Nebenregenbogen;
- Überflüssiges (an - aus): Ein-Ausschalten der äußeren Reflexion vor dem Eintritt in den Tropfen.

- Darstellung (Detail - Übersicht): Hier kann über die Einstellung „Übersicht“ sichtbar gemacht werden, dass das Licht im Inneren nicht total reflektiert wird, wie in vielen Büchern als Erklärung für den Regenbogen angegeben wird - auch in neuerer Literatur [3]).
- Kontinuierlicher Lauf des Stoßparameters: Hiermit kann das automatische Anwachsen des Stoßparameters (Abstand der Strahlen von der Achse des Tropfens) auf „langsam“ oder „schnell“ eingestellt werden. Diese Option eignet sich insbesondere zur Darstellung der Entstehung der Kaustik um den Regenbogenstrahl.
- Material: Es kann zwischen der Brechzahl von Wasser und Glas (BK7) gewählt werden. Dies erlaubt u.a. zu zeigen, dass bei Glas der Nebenregenbogen in Vorwärtsrichtung auftritt.

Im zweiten Fenster wird durch einen waagrechten Strich der zu jedem Strahl gehörende Streuwinkel angezeigt. Neben der Information über die Streuwinkel gestattet dieses Fenster auch eine Aussage über die Verteilung der gestreuten Strahlen und damit über die Verteilung der Strahlungsleistung des Streulichts (Voraussetzung ist eine konstante Strahldichte beim Einfall). Mit dem Knopf „Cls“ kann der Inhalt dieses Fensters gelöscht werden.

Das dritte Fenster ist das Aktionsfenster, in dem die Simulation abläuft. Mit dem Cursor kann man einen Punkt auf der linken Seite vom Tropfen wählen und durch rechten Mausklick einen Strahl durch den gewählten Punkte parallel zur Achse starten. Damit lässt sich das Vorgehen von Descartes, der noch jeden Strahl

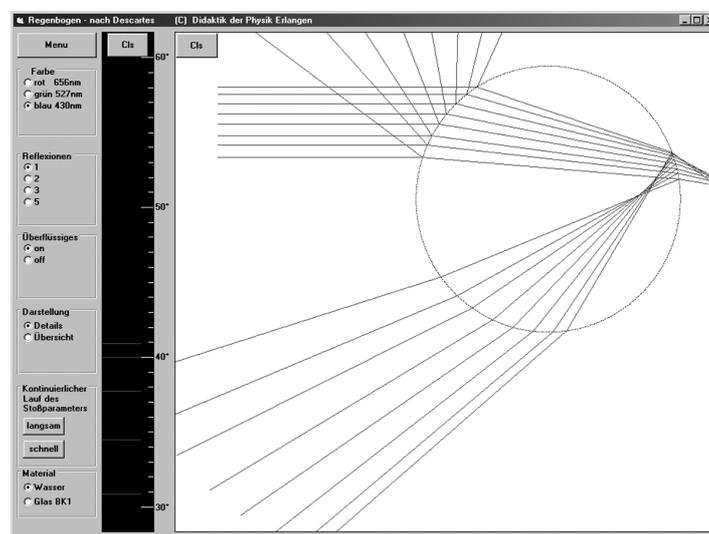


Abb. 7: Startseite des Programmteils Strahlenmodell mit den drei im Text beschriebenen Fenstern

einzelnen zeichnen und die jeweiligen Winkel aus dem Reflexions- und Brechungsgesetz berechnen musste, einfach nachvollziehen (siehe Abb. 7).

Es empfiehlt sich mit dem Programm spielerisch umzugehen und den jeweils interessierenden Fragen nachzugehen.

Soweit dieser Programmteil, der mit der Simulation der optischen Wege die Grundvoraussetzung für die Anwendung des Zeigermodells im Programmteil Wellenmodell darstellt.

### 3.2 Programmteil Wellenmodell

Historisch gesehen haben zuerst Young 1803 und Airy 1836 die Welleneigenschaften in die Deutung einbezogen, wie in [1] und [7] nachzulesen ist. Der Stand der Theorie zur Zeit Airys ist in Abb. 8 wiedergegeben. Sowohl bei Young als auch bei Airy werden die inneren Bögen als Folge der Interferenz vorhergesagt, wobei sich nach Airy auch das Verhalten an der Kaustik richtig ergibt, wie es in Abb. 6 im Experiment deutlich zu sehen ist. In den „Dunkelbereich“, jenseits des Regenbogenwinkels, gelangt aufgrund von Beugungserscheinungen doch Licht.

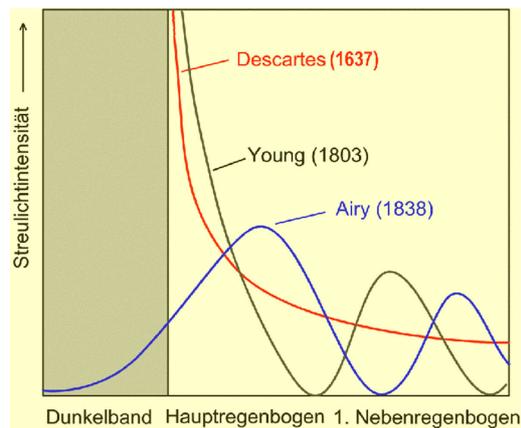


Abb. 8: Streulichtintensität (Strahlungsleistung) in Abhängigkeit vom Streuwinkel. Dargestellt sind die Ergebnisse von Descartes, Young und Airy (Bearbeitung nach [1]). Erst bei Airy wird die Unstetigkeitsstelle beim Regenbogenwinkel überwunden und damit das Experiment - wie in Abb. 6 gezeigt - richtig wiedergegeben.

Airy hat bei der von ihm benutzten Näherung den Strahlenverlauf in der Nähe des Regenbogenstrahls genauer untersucht, wie in Abb. 9 wiedergegeben ist. Er hat berücksichtigt, dass aufgrund der unterschiedlichen optischen Weglängen die ursprünglich ebene Wellenfront verformt wird. Als Näherung hat er angenommen, dass sie in Form einer kubischen Kurve - wie in Abb. 9 angegeben - verläuft. Er ist dann von einer gleichmäßigen Verteilung der Huygensschen Zentren auf

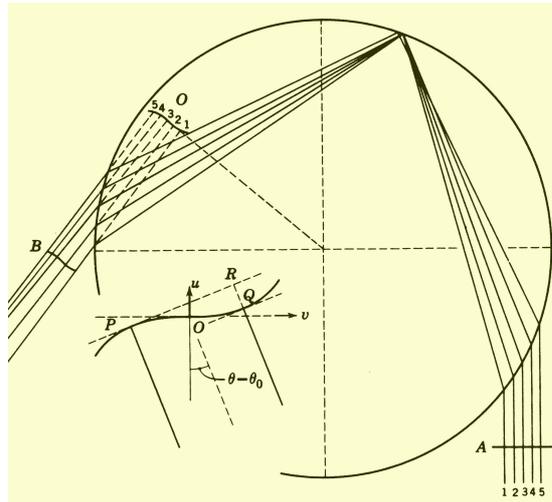


Abb. 9: Skizze zu der von Airy verwendeten Näherung (aus [7]). Die auf den Tropfen auffallende, ebene Wellenfront wird im Tropfen verformt. Airy hat angenommen, dass sie einer kubischen Kurve – wie in der Figur angegeben – angenähert werden kann.

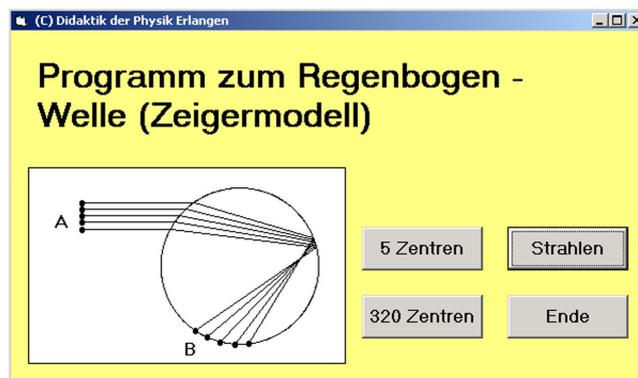


Abb. 10: Startseite des Programmteils „Wellenmodell“. Man kann zur Einführung und zur Gewinnung von Vertrauen in das Zeigermodell zunächst den Teil „5-Zentren“ anwählen und dann den realistischen, auf den Regenbogenstrahl bezogenen Teil „320 Zentren“. Will man zurück ins Strahlenmodell, so ist dies auch von hier aus über den Schaltknopf „Strahlen“ möglich. „Ende“ ermöglicht, das Programm Regenbogen zu beenden.



dieser Wellenfront ausgegangen und hat unter Anwendung des Fresnel-Huygensschen-Prinzips durch Summation der Teilbeiträge der Sender am Empfängerort die in Abb. 8 gezeigte Streulichtverteilung erhalten. Die Summation ist mathematisch sehr aufwendig, sie hat Airy zu dem nach ihm benannten Integral geführt und kann elementar nicht nachvollzogen werden (Rechnung in [7] und in einer neueren Darstellung [13]).

Im Zeigermodell gehen wir ähnlich vor wie Airy und setzen voraus, dass wir den geometrischen Verlauf der vielen, parallel verlaufenden Strahlen (320) in der Umgebung des Regenbogenstrahls durch den Tropfen kennen. Wir können damit für jeden Lichtstrahl die Phase im Beobachtungspunkt berechnen und nach dem Zeigermodell den resultierenden E-Vektor bestimmen. (Zur Erinnerung an die Möglichkeiten des Zeigermodells, haben wir in dem angebotenen Programmpaket noch das Programm Zeiger.exe vorgesehen, mit dem für zwei Wellen die Rotation der Zeiger in Abhängigkeit vom Ort und die Addition der Zeiger demonstriert wird). Man kann natürlich auch direkt im Programm Regenbogen den Teil Wellenmodell wählen und findet dann die in Abb. 10 angegebene Startseite.

In Abb. 10 ist im linken Fenster - ausgehend von Airys Vorstellung - der von uns gewählte Weg skizziert. Auf den Tropfen fällt eine ebene Welle, die aus vielen Teilstrahlen besteht, die sich eng um den Regenbogenstrahl ausbreiten. Für jeden Strahl wird die Phase im Beobachtungspunkt berechnet. Hierbei werden die optischen Wege aus dem Programmteil Strahlenmodell herangezogen. Zum besseren Verständnis sind im Programm zwei Teile vorgesehen. Der Teil „5 Zentren“ ist als weitere Einstiegshilfe in das Zeigermodell gedacht. Hier sind 5 Huygenssche Zentren vorgesehen, und man kann an jeder Stelle im Raum die Zeigerstellung der 5 Wellen und deren Summe ablesen.

Über den Schaltknopf „320 Zentren“ kommt man schließlich zur Simulation der inneren Regenbögen. Hier werden 320 Strahlen symmetrisch zum Regenbogenstrahl so verteilt, dass sie nach der Streuung den Öffnungswinkel des Auges ausfüllen und dort zur Überlagerung gelangen. Ein Ergebnis und gleichzeitig die Startseite des Programmteils „320 Zentren“ ist in Abb. 11 dargestellt.

Abb. 11 zeigt im Vergleich zu Abb. 8 die qualitativ gute Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Airy. Die Deutung der inneren Bögen ist daher mit Hilfe des Zeigermodells auf dem Airyschen Niveau möglich, allerdings mit dem Vorteil der freien Parameterwahl und einem niedrigen Aufwand an mathematischen und physikalischen Vorkenntnissen.

Die wichtigsten Parameter sind Wellenlänge und Tropfendicke. Über deren Veränderung lässt sich deren Einfluss auf die Regenbogenstruktur untersuchen: Mit dem Programm wird deutlich, dass sich bei Veränderung des Tropfendurchmessers die jeweils erhaltenen Streulichtverteilungen wesentlich unterscheiden. Es kann zu Überlagerungen der Bögen kommen, die das Auftreten von Mischfarben, im Extremfall sogar einen weißen Bogen bewirken. Für große Tropfen-

durchmesser ist die Streulichtverteilung auf einen so schmalen Winkelbereich beschränkt, dass die Interferenzerscheinung und damit die inneren Bögen kaum sichtbar werden. Die Mischfarben verschwinden und der Regenbogen erscheint dann farbrein. Große Tropfen sind häufiger erst dicht vor dem Auftreffen auf die Erde zu finden. Daher treten in geringerer Höhe kaum innere Bögen auf was zu den typischen Regenbogenfarben führt. Sind die Tropfendurchmesser sehr klein

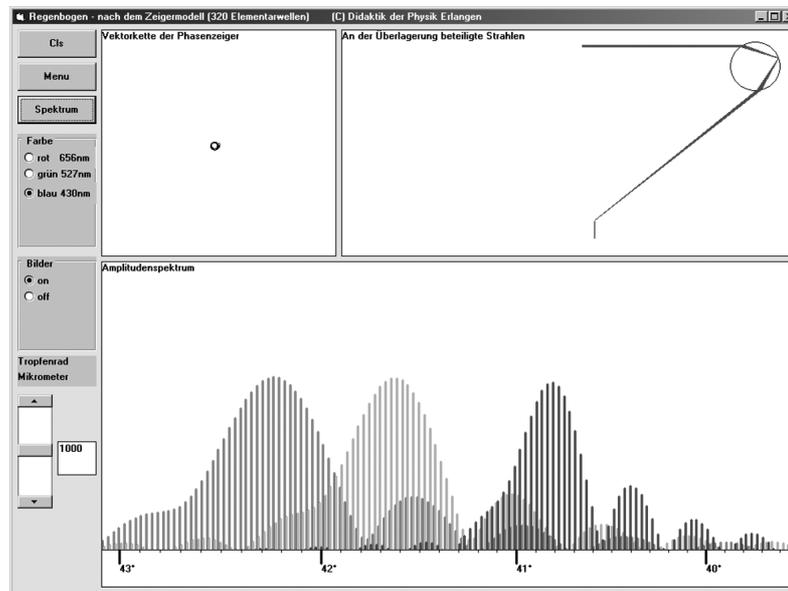


Abb. 11: Startseite des Programmteils „320 Zentren“ zur Simulation der inneren Bögen. Der Schirm ist in ein Steuerungsfenster und drei Aktionsfenstern aufgeteilt. Im Steuerungsfenster können von oben nach unten folgende Einstellungen gewählt werden: CLS: Bildschirminhalt neu; „MENU“: zurück zum Programmteil Wellenmodell; SPEKTRUM: Berechnung der Winkelverteilung des Streulichts für den Winkelbereich um den Regenbogenwinkel und für eine einstellbare Wellenlänge; FARBE: Wahl der Wellenlänge; TROPFENDICKE: Einstellung der Tropfendicke. Die drei Aktionsfenster zeigen in der oberen Reihe die Zeiger und deren Summe und den Strahlenverlauf in Bezug auf den Tropfen, darunter das Ergebnis der Summation der Zeiger für den interessanten Streuwinkelbereich, als Maß für die Verteilung der Strahlungsleistung des Streulichts. Zur Darstellung der Verteilung wurden Balken gewählt, da man so die Überlagerung für verschiedene Wellenlängen und das Auftreten von Mischfarben besser demonstrieren kann. Hier ist die Simulation von links nach rechts für rotes (656 nm), grünes (527 nm) und blaues (656 nm) Licht bei einer Tropfendicke von 1mm gezeigt.



Abb. 12: Beispiel für einen weißen Regenbogen auf einer Wolkenwand, der in der Farbdarstellung erst richtig zur Geltung kommt (Foto W. B. Schneider).

(Durchmesser im Bereich 1/100 mm, Nebel) und nicht homogen verteilt, so kann es zum fast weißen Regenbogen kommen wie er in Abb. 12 dargestellt ist.

Das Programm leistet insgesamt alles, was Airy schon vorhergesagt hat, allerdings mit dem Vorteil, dass die Deutung einfacher ist und mit schulischen Mitteln - bei entsprechender Vorbereitung - möglich ist. Allerdings zeigt die Simulation das gleiche Manko der Airyschen Betrachtungen, die in Abb. 13 sichtbar werden.

In Abb. 13 sind moderne Berechnungen zum Regenbogen den historischen Rech-

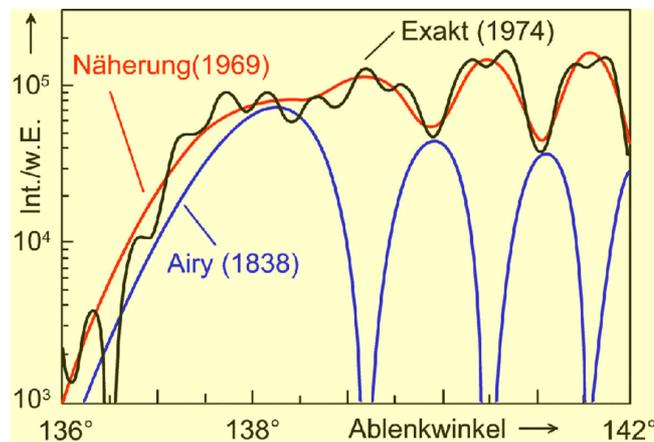


Abb. 13: Streulichintensität in Abhängigkeit des Streuwinkels beim Regenbogen zum Vergleich verschiedener Berechnungen. Die modernen Rechnungen basieren auf der Miestreuung (nach [1], [7]), die Abweichung der Airy-Kurve gegenüber Abb. 8 liegt an der hier vorliegenden logarithmischen Auftragung der Streulichintensität.



nungen von Airy (Abb. 8) gegenübergestellt. Die modernen Rechnungen basieren auf der Miestreuung (nach [1], [7]). Im Rahmen der Mieschen Betrachtungen wird die einfallende ebene Welle in Partialwellen zerlegt, für jede Partialwelle wird deren Verlauf im Medium berechnet. Anschließend werden die Anteile der Partialwellen im Beobachtungspunkt addiert. Die Zahl der zu berücksichtigenden Partialwellen ist näherungsweise durch das Verhältnis aus Durchmesser und Wellenlänge bestimmt, was bei Licht und den üblichen Tropfendurchmessern zu einigen Tausend Partialwellen führt. Die anfallenden Berechnungen sind bei diesem Verfahren nur mit leistungsstarken Computern möglich, wie sie erst ab ca.1970 zur Verfügung standen. Um die Zahl der zu summierenden Wellen zu reduzieren, wurde im Fall der „Näherung 1969“ die sogenannte, für die Kernphysik entwickelte Sattelpunktmethode angewandt. Die exakte Lösung berücksichtigt alle relevanten Partialwellen (die Abweichung der Airy-Kurve gegenüber Abb. 8 liegt an der logarithmischen Auftragung der Streulichtintensität).

Man erkennt eine qualitativ gute Übereinstimmung bis auf die Tatsache, dass eine Phasenverschiebung zwischen den Kurven aus modernen Berechnungen und jenen aus Airys Näherung und damit auch zu unserem Verfahren auftritt. Bei jenen Winkeln, für die Airy ein Maximum vorhersagt, ergeben die modernen Rechnungen ein Minimum und umgekehrt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Airy ebenso wie in der Simulation ein wesentlicher Aspekt des Lichts vernachlässigt wurde, die Polarisation. Diese muss hier berücksichtigt werden, da der Regenbogenwinkel bei Wasser in der Nähe des Brewsterwinkels liegt [14], so dass das Licht des Regenbogens praktisch vollständig polarisiert ist. In der Nähe des Brewsterwinkels tritt bei der Reflexion ein Phasensprung von  $180^\circ$  auf, der die Diskrepanz zwischen den Kurven in Abb. 16 erklärt. Es lohnt sich also, einen Regenbogen auch einmal durch ein Polarisationsfilter zu betrachten um die Polarisation des Regenbogenlichts zu erkennen und damit die Leistung der modernen Berechnungen zum Regenbogen auch unter einem experimentellen Gesichtspunkt zu würdigen.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass mit dem vorgestellten Programm samt den mitgelieferten Hilfsprogrammen ein vertieftes Eindringen in die Thematik Regenbogen möglich wird. Es gestattet neben der elementaren Erklärung des Haupt- und Nebenregenbogens und deren Farben auch die Deutung der inneren Bögen und die damit verbundenen unterschiedlichen Farberscheinungen.

#### 4 Literaturverzeichnis

- [1] NUSSENZWEIG, H.M.: *The Theory of the Rainbow*, Scientific American (1977) Heft 4, S. 116 - 127
- [2] HABERLAND, H.: *Regenbögen*, Physik in unserer Zeit (1977) Heft 8, S. 82 -88
- [3] WALTER, TH.; H.W. WALTER: *Was ist Licht* Verlag C.H. Beck, München (1999)
- [4] Vollmer, M.: Themenheft *Atmosphärische Optik*, Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Aulis Verlag, Köln (1997) Heft 3  
M. VOLLMER: *Das ist ein Seltsam wunderbares Zeichen!*, Naturw. Rundschau **53** (2000) Heft 10 (mit weiteren Literaturzitate zur Kultur- und Wissenschaftsgeschichte des Regenbogens)
- [5] GREENLER, R.: *Rainbows, Halos, and Glories*, Cambridge University Press (1991)
- [6] MINNAERT, M.: *Licht und Farbe in der Natur*, Birkhäuser Verlag (1993) (mit Farbabbildungen) (Englische Ausgabe; *The Nature of Light and Colour in the Open Air*, Dover Publications New York (1954))
- [7] VAN DE HULST, H.C.: *Light Scattering by Small Particles* (Nachdruck), Dover Publications New York (1981)
- [8] NEWTON, I.: *Optics* (Nachdruck) Dover Publications New York (1979)
- [9] DESCARTES, R.: *Oeuvres Philosophiques I*, Edition Garnier, Paris (1988)
- [10] BLAY, M.: *L'arc-en-ciel, de Aristote à Newton: la genèse d'une théorie mathématique*, Revue du Palais de la Découverte 11 (1985) S. 62 - 67
- [11] SCHLEGEL, K.: *Vom Regenbogen zum Polarlicht*, Spektrum Verlag, Heidelberg (1995)
- [12] FALK, D.S. ; D.R. BRILL; D.G. STORK: *Ein Blick ins Licht*, Birkhäuser Verlag Berlin (1990)
- [13] Adam, J.A.: *The mathematical physics of rainbows and glories*, Physics Reports 356 (2002) 229-365
- [14] Pohl, R.: *Optik und Atomphysik*, Springer Verlag Heidelberg (1958)
- [15] Feynman, R. P. : *QED The Strange Theory of Light and Matter*, Princeton University Press Princeton (1985)
- [16] Bader, F.: *Eine Quantenwelt ohne Dualismus*, Schroedel Schulbuchverlag, Hannover (1996)
- [17] Erb, R.: *Optik mit Lichtwegen*, Westarp Wissenschaften, Magdeburg (1994)
- [18] Bezug des Programms Regenbogen über das Internet unter:  
<http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de>