

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

BEITRAG AUS DER REIHE:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

Wege in der Physikdidaktik

Band 3

Rückblick und Perspektive

ISBN 3 - 7896 - 0513 - 1

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1993

Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.

Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.

Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle
genutzt werden. Auf der Homepage

www.solstice.de

werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

Das Kohlrausch/Weber-Experiment

1 Ein fast vergessenes Experiment.

Fragt man bei gelegentlichen Laborbesuchen nach magnetischen Feldstärken, so werden in der überwiegenden Zahl der Fälle Angaben in 'Oersted' (oder 'Gauß') gemacht. Für IUPAP-Puristen sollte das gar nicht mehr vorkommen, aber die Gewohnheit hält sich erstaunlich lebendig. Für die Auskunft Gebenden ist Oersted einfach synonym für $(10^3/4\pi)$ A/m und insofern liegt auch kein schwerer Verstoß gegen das SI vor. Trotzdem ist es schade, daß das historische Gaußsche Maßsystem nur noch Berührungsängste erweckt, dabei hatte es eine Schlüsselfunktion bei der Entstehung der Maxwell'schen Theorie des Elektromagnetismus. Das wird nirgends deutlicher als in Rudolf Kohlrauschs (1801-1858) und Wilhelm Webers (1804-1891) berühmtem Experiment. Die Berühmtheit verblaßt allerdings. Man muß auf alte Lehrbücher der Experimentalphysik zurückgreifen, um es noch erwähnt oder gar dargestellt zu finden. Aber Maxwell's unvergänglicher 'Treatise on Electromagnetism' kennt es und läßt sichtbar werden, daß es dieses Experiment war, daß in ihm die Idee hervorrief, Licht könne ein elektromagnetischer Vorgang sein. Damit wurde es grundlegend für seine Theorie des Elektromagnetismus.

2 Das Gauß'sche Konzept.

Wir kennen elektrische und magnetische Kraftwirkung. Beide stehen zunächst verbindungslos nebeneinander. Gleichnamige elektrische Ladungen stoßen einander ab, gleichnamige magnetische Polstärken tun das gleiche. Beide Kraftwirkungen befolgen das Coulomb'sche Gesetz.

$$F \propto Q_1 \cdot Q_2/r^2 \quad F \propto p_1 \cdot p_2/r^2 \quad (1)$$

Elektrostatische Einheitsladungen im Abstand der Längeneinheit stoßen einander mit der Krafterinheit ab!

Die Idealisierung auf punktförmige Ladungen macht keine Mühe. Das Prinzip der Idealisierung steht seit Galilei an der Wiege der rasch fortschreitenden Physik. Etwas mühsamer ist es mit den Magnetpolen, die nicht isoliert sondern paarweise vorkommen. Experimentieren wir jedoch mit Magnetstäbchen, deren eine Seite wir einander so weit annähern, daß der Abstand gering ist gegen ihre Längen (aber genügend groß gegenüber ihrer Dicke), so läßt sich auch hier die Gültigkeit des sog. 2. Coulombschen Gesetzes experimentell verifizieren. Wir definieren: Einheitspolstärken im Abstand der Längeneinheit stoßen einander mit der Krafterinheit ab!

Wie kommt es nun zur zweiten, der elektromagnetischen Ladungseinheit? Eine lange Spule ähnelt ihrem magnetischen Verhalten ganz einem Magnetstab. Von hier ist es leicht, sich eine 'Einheits'spule vorzustellen. Es ist ganz einfach eine unendliche lange Spule mit dem Einheitsquerschnitt und einer Windung pro Längeneinheit. Die Stromstärke, die einer solchen

Einheitsspule eine Einheitspolstärke verleiht, nennen wir die elektromagnetische Einheitsstromstärke. Im cgs-System wurde sie ein Weber (1 Wb) genannt. Nicht ganz zufällig ist sie gleich 10 A, oder folgerichtiger, ein Ampère ist ein Deziweber. Die Definition der Feldstärkeinheit schließt sich zwanglos an: Ein Oersted (Oe) ist die Feldstärke im Einheitsabstand (1cm) einer Einheitspolstärke, welche wir als punktförmig idealisieren. Das gilt wohlgemerkt im Außenraum, nicht im Inneren der Spule. Hier ist die Feldstärke $4\pi\text{Oe} = \text{Wb}/\text{cm} = 10^3 \text{ A}/\text{m}$. Damit erklärt sich auch die obige Umrechnungsbeziehung wie von selbst.

3 Der Plan.

Man muß eine vorgegebene Ladung Q nacheinander in elektrostatischen Einheiten $[Q]_{el.s.}$ und in magnetischen Einheiten $[Q]_{el.m.}$ messen und die Resultate durch einander dividieren, um das Verhältnis der beiden Einheiten zu erhalten.

4 Die Ausführung.

Die Ladung läßt sich für die Dauer des Meßvorgangs auf einem Kondensator 'aufheben'. K & W verwendeten eine Leidener Flasche mit einer Kapazität im nF-Bereich. Die Bestimmung der Kapazität war bereits zuvor erfolgt (s.u.). Die Aufladung erfolgt mit einer Influenzmaschine. Sie dürfte bei 20–30 μC liegen. Natürlich ist eine solche Ladungsmenge zu gigantisch, um mit Hilfe des 1. Coulombgesetzes gemessen werden zu können. Man teilt darum einen genau bekannten, kleinen Bruchteil ab, indem man den Knopf der Flasche mit einer metallischen Kugel berührt. Die Kapazität der Kugel C_K ist berechenbar.

$$C_K = 4\pi\epsilon_0 r \quad (2)$$

Die Kugel war zu ihrer bestmöglichen Isolierung an das Ende einer Schellackstange angeschmolzen. Nach erfolgter Ladung wurde sie in genau reproduzierbarer Stellung in einen Coulomb'sche Drehwagen eingesetzt. Dort teilte sie die Hälfte ihrer Ladung einer zweiten, gleichgroßen Kugel mit, welche an einem Schellackstab (mit Kontergewicht) horizontal drehbar an einem Torsionsdraht befestigt war. Ihre Höhe entsprach genau derjenigen der Standkugel. Der sich einstellende Ausschlag zufolge der Coulomb'schen Abstoßung der beiden Kugeln wird durch Verdrehen der oberen Aufhängung des Torsionsdrahts genau kompensiert. Die Verdrehung wird an einem Teilkreis mit Minutengenauigkeit abgelesen. Die extreme Präzision der Ausschlagkompensation wird durch ein am freien Ende des Torsionsdrahts angebrachtes Spiegelchen ermöglicht, in welchem mit Hilfe eines Fernrohrs das Spiegelbild einer entfernten Skala beobachtet wird.

Nun sind in modernen Sammlungen selten Coulomb'sche Drehwagen vorhanden. In einem Demonstrationsexperiment kann man graphitierter oder mit Leitsilber gestrichene Tischtennisbällchen verwenden, welche durch Kupferdrähte bifilar an eingespannte Glasstäbe gehängt sind (Fig. 2). Sie sind leitend miteinander verbunden. Werden sie mit der Leidener Flasche in Kontakt gebracht, so ergibt sich ein zum Quadrat ihrer Ladung proportionaler Ausschlag von typisch einigen Zentimetern, der sich in der Projektion mit Hilfe von Projektionsmaßstäben gut ablesen läßt.

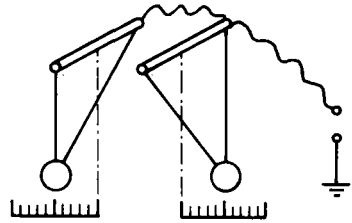
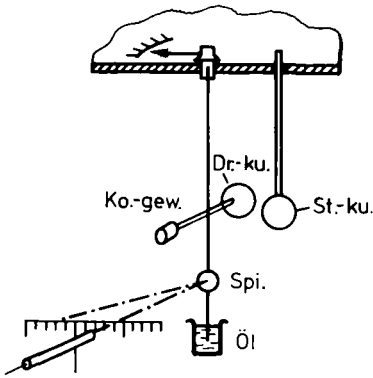


Fig.1: Coulombsche Drehwaage (CD) Fig.2: Modellversuch zur CD

Im zweiten Teil des Versuchs folgt die magnetische Bestimmung der Ladung der Leidener Flasche. Vorläufer des ballistischen Galvanometers, das wir für die Lösung dieser Aufgabe eingesetzt hätten, war die Tangentenbussole. Im Mittelpunkt eines Leiterkreises ist eine Magnetnadel aufgestellt. Die Flächennormale des Leiterkreises zeigt dabei senkrecht zur Nord-Südrichtung der Magnetnadel. Bei der Entladung der Leidener Flasche über den Leiterkreis in Form eines Stromstoßes ergibt sich ein Drehmomentenstoß auf die Magnetnadel. Seine Dauer ist gewiß kurz gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel. Die Magnetnadel bewegt sich aus ihrer Ruhelage heraus mit einer anfänglichen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\Phi}|_0$. Sie erreicht einen Maximalausschlag Φ_0 , den wir messen, und beginnt eine gedämpfte Schwingung. Wäre die Schwingung ungedämpft, so könnten wir sofort sagen

$$\dot{\Phi}|_0 = \Omega \Phi_0. \quad (3)$$

Wir haben also die Schwingungsdauer der Magnetnadel $2\pi/\Omega$ im Erdmagnetfeld als zweite Größe zu messen. Ist die Schwingung gedämpft, so kommt das logarithmische Dekrement als dritte Meßgröße hinzu, denn statt Gl. 3 ergibt sich nun in besserer Näherung

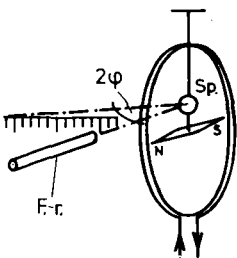


Fig. 3 Tangentenbussole

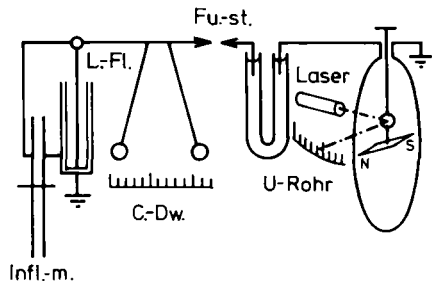


Fig.4 Gesamtaufbau

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}|_0 &= \Omega\Phi_0\sqrt{1 + \lambda^2/4\pi^2} \exp((\lambda/2\pi) \cdot \arctan 2\pi/\lambda) \\ \lambda &= \log. \text{ Dekrement} = \ln(\Phi_0/\Phi_1) \\ \lambda &= \text{Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinander-} \\ &\quad \text{folgender Maximalausschläge.}\end{aligned}\tag{4}$$

Bleiben wir bei Gl.(3), da es uns nur um eine grobe Abschätzung der zu erwartenden Ausschläge geht.

Natürlich ist die anfängliche Winkelgeschwindigkeit gleich dem Drehmomentenstoß geteilt durch das Trägheitsmoment I der Nadel. Das Drehmoment N eines momentanen Stromes i durch die n Windungen der Tangentenbussole ist gleich dem magnetischen Moment der Nadel m mal der magn. Feldstärke im Mittelpunkt eines kreisförmigen Leiters vom Radius R

$$N = m \cdot n \cdot i / (2R)\tag{5}$$

also ist

$$\dot{\Phi}|_0 = \int N dt / I = mnQ / (2RI)\tag{6}$$

wo nun Q die gesamte geflossene Ladung bedeutet. Fassen wir Gln.(3) und (6) zusammen, so sehen wir, daß die Abschätzung von Φ_0 die Kenntnis von m/Ω erfordert. Es ist aber

$$\Omega^2 = mH_{h,Erde} / I\tag{7}$$

für die freischwingende Nadel. Die Horizontalfeldstärke $H_{h,Erde}$ ist genähert $17 \text{ A/m} = 0.2 \text{ Oe}$. I folgt aus Masse und Abmessungen der Nadel, in unserem Fall zu 10^{-7} kg m^2 . Setzen wir in die Endformel

$$\Phi_0 = mnQ / (2\Omega IR) = \Omega nQ / (2RH_{h,Erde})\tag{8}$$

außer (gemessen) $\Omega = 3/s$, $n = 500$ und $2R = 0.1 \text{ m}$ ein, was den Daten einer von uns gewickelten Spule entspricht, so kommt man für eine typische, auf der Leidener Flasche befindliche Ladung von 10^{-5} C zu einem erwarteten Ausschlag von etwa 10^{-2} Radian, also etwa 0.5° . Das ist nicht viel, vor allem, wenn man eine Meßgenauigkeit von 1 % für unverzichtbar hält. Ein Blick in K & W's Originalarbeit [1] zeigt, daß die Meßwerte exakt in dieser Größenordnung lagen. K & W benutzten eine Spule von 5635 Windungen bei einem mittleren Durchmesser von 0.25 m. Sie verwendeten Kupferdraht "vorzüglich gut mit Seide besponnen und darauf in seiner gesamten Länge von fast 2/3 Meilen durch Collodium gezogen". Viel Technologie für eine Zeit, wo man noch bei Kerzenschein experimentierte! Der Aufwand war angebracht, um nämlich das Überspringen von Funken zwischen den Windungen zu vermeiden. Zwar läßt es sich nicht vermeiden, daß im Moment der Entladung die volle Spannung der Leidener Flasche an die Spule zu liegen kommt. Man kann jedoch der Ausbildung von Überschlügen entgegenwirken, indem man den Entladungsstrom verringert. Man verwendet einen Widerstand der Größenordnung $M\Omega$. K & W verwendeten ein mit Leitungswasser gefülltes U-Rohr, in das Kupferdrähte von 1 mm an beiden Seiten als Elektroden eintauchen. Gleitfunkenbildung ausgeschlossen! Wir taten es ihnen nach, mit bestem Erfolg! Tatsächlich scheint es sich um einen wesentlichen Trick des Experiments zu handeln. Den Nadelausschlag der Tangentenbussole maßen K & W wiederum durch Beobachten einer Skala in einem mit der Magnetnadel fest verbundenen Spiegel. In unserem Demonstrationsexperiment wurde ein aluminisiertes Glimmerblättchen von wenigen mm^2

aufrecht auf die Nadelbuchse geklebt. Ein He, Ne-Laserstrahl wurde daran reflektiert und das Auswandern des Reflexes an der Wand bei jeder Entladung der Leidener Flasche 'ad oculos' demonstriert. Um die Entladungen in Sekundenrhythmus auszulösen, wurde statt eines Schalters eine Funkenstrecke installiert (Fig. 4). Die Influenzmaschine blieb mit der Leidener Flasche in leitender Verbindung. Sie wurde stetig gedreht. Zwar war dann die Entladung bei jedem Überschlag nur eine teilweise, doch genügt das zur Demonstration. Übrigens bleibt auch bei vollständiger Entladung wegen der Remanenz des Dielektrikums ein Teil der Ladung auf der Flasche. Dies bringt uns zu dem Problem der Kapazitätsbestimmung der Flasche. K & W lösten das in der folgenden Weise. Man lädt dieselbe und berührt ihren Knopf wiederholt mit einer großen leitenden Kugel bekannter Kapazität (Gl.1). Gleich nach jeder Berührung wird die Flasche mit einem Sinuselektrometer in Verbindung gebracht und die noch vorhandene Ladungsmenge in willkürlichen Einheiten bestimmt. Die große Kugel wird entladen und der Vorgang beliebig oft wiederholt. Während der Berührung wird das Sinuselektrometer, um Schwingungen zu vermeiden, von der Flasche getrennt. Die gesuchte Kapazität folgt dann aus derjenigen der Kugel und der Zahl der Berührungen, die die Ladung auf die Hälfte sinken lassen.

5 Ergebnisse.

Das wirklich bahnbrechende Resultat des K & W-Experiments ist für uns leicht vorherzusagen. Ziehen wir wieder die beiden Coulombgesetze heran, um die elektrostatische und die elektromagnetischen Ladungseinheiten in den Einheiten des SI auszudrücken. Nehmen wir auch das in Abschnitt 2 angesprochene Spulengesetz hinzu. Man hat sogleich

$$\begin{aligned} [Q]_{el.s.} &= [F]^{1/2}[L]\sqrt{4\pi\epsilon_0} \\ [Q]_{el.m.} &= [F]^{1/2}[T]\sqrt{4\pi/\mu_0} \end{aligned} \quad (9)$$

wobei F die Kraft, L die Länge und T die Zeit bedeutet. Eckige Klammern erzeugen die Einheit der eingeschlossenen Größe. Dividiert man die Gleichungen durcheinander, so ergibt sich

$$[Q]_{el.m.}/[Q]_{el.s.} = [T]/[L]\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \quad (10)$$

also die Maßzahl der Lichtgeschwindigkeit.

K & W fanden recht genau dieses Ergebnis. Unglücklicherweise erkannten sie jedoch diesen Umstand nicht in voller Schärfe. Dies rührt daher, daß sie sich Ströme noch als ambipolar vorstellten und von gleichen Beiträgen positiver und negativer Ladungsträger zum Gesamtstrom ausgingen. Das Elektron war ja noch lange nicht bekannt. Sie gingen darum vom Stromanteil von Ladungen eines Vorzeichens aus und fanden folglich nur die Hälfte der Maßzahl der Lichtgeschwindigkeit. Immerhin kommen sie zu dem Schluß, daß Ladungen größenordnungsmäßig mit der Lichtgeschwindigkeit bewegt werden müssen, damit elektrostatische Abstoßung und elektromagnetische Anziehung einander kompensieren. Diesem Schluß lag das Weber'sche Gesetz zugrunde, welches die Kräfte bewegter Ladungen untereinander in der Tendenz richtig beschreibt. Es enthält nämlich die Aussage, daß die magnetischen Kräfte gegenüber den elektrostatischen um einen Faktor v^2/c^2 reduziert sind. Hier fehlt ein Faktor $1/2$, den Maxwell in seinem 'Treatise' bereits hinzufügt. Dann wird Webers Konstante c in der Tat zur Lichtgeschwindigkeit. Wahrscheinlich stammt die übliche Benennung c

überhaupt aus dem Weber'schen Gesetz.
Verdoppelt man K & W's Resultat, so lautet es

$$c = 310740km/s$$

was um ca. 3 % vom heutigen Wert abweicht. Immerhin entsprach es perfekt dem besten damaligen Wert aus den optischen Messungen Fizeau's.

Wie nun kam J.C. Maxwell zu seinem Schluß, daß aus dem c -Verhältnis der elektrostatischen und elektromagnetischen Ladungseinheit folgt, daß auch Licht ein magnetischer Vorgang sei? Wir sind hier auf Vermutungen angewiesen, aber gehen wir einmal davon aus, daß die 1. Maxwell'sche Gl. $\text{rot}E = -\dot{B}$ durch das Induktionsgesetz bereits vorkonzipiert war. Dann bestand die zweite bereits in unfertiger Form als $\text{rot}H = j$. Sie ist ausreichend für die Beschreibung der Kraftwirkung zwischen Strömen. Durch das K & W Experiment wurde die Konstante festgelegt. Bekanntlich hat Maxwell noch den Term \dot{D} hinzugefügt, der nun notwendig die gleiche Konstante erhalten muß, wenn das Kontinuitätsprinzip gelten soll. Man bilde die Divergenz der vollständigen Gleichung, um dahin zu gelangen. Das Gleichungspaar besitzt die Lichtwelle als Lösung im ladungsfreien Raum. Somit ist das K & W-Ergebnis in der Festlegung der Konstanten bei j und D in der 2. Maxwell'schen Gl. zu sehen.

6 Biographische Notizen.

Das Experiment hat mit großer Wahrscheinlichkeit 1856 in Marburg stattgefunden. Hierauf deutet ein Hinweis in der Veröffentlichung [1] durch K & W: 'Nun war ein in Marburg oft gebrauchter kleiner Multiplicator zur Hand....'. So würde man nicht reden, wenn das Experiment in Göttingen durchgeführt worden wäre. Göttingen war Webers Heimatuniversität, während R. Kohlrausch nach langer Tätigkeit als Gymnasiallehrer in Rinteln (1835-49) über Kassel 1851 zunächst an das Gymnasium Marburg gekommen war. Bereits 1853 war er als a.o. Professor an der Universität Marburg tätig. 1857 folgte er einem Ruf auf eine o. Professur nach Erlangen, wo er schon im Jahre darauf einem offenbar älteren Leiden erlag. Immerhin erwies sich das eine Jahr in Erlangen als grundlegend für den Aufbau der dortigen Physik.

Literatur

- [1] R. Kohlrausch und W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondere Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Maass. Abhandl. der Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Math.Phys.Kl., Bd. V, S. 219-292.
- [2] J.C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, z.B. Dover Publ., N.Y. 1954